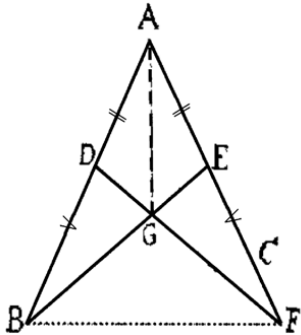


# Frans van Schooten Jr

## 1615 - 1660

### Constructie

gegeven  $\triangle ABC$   
kies punt  $D$  op  $AB$   
punt  $E$  op  $AC$  met  $AD=AE$   
punt  $F$  op  $AC$  met  $DB=EF$   
trek lijn  $BE$   
trek lijn  $DF$   
snijpunt  $G$  waar lijn  $BE$  snijdt lijn  $DF$   
trek lijn  $AG$   
(dat is de deellijn van  $\angle A$ )



$$AE = AD$$
$$BD = EF$$

### Opdrachten

Hiernaast zie je een gelijkbenige driehoek  $ABF$  met de punten  $D$ ,  $E$  en  $G$ . Hiernaast staat hoe die driehoek geconstrueerd is.

In negen stappen ga jij aantonen dat in iedere  $\triangle ABF$  met  $AE = AD$  en  $BD = EF$  altijd geldt dat  $\angle DAG = \angle FAG$ .

1. Construeer een  $\triangle ABF$  met een willekeurige hoek in punt  $A$  de punten  $D$  en  $E$  waarbij  $AD = AE$  en  $DB = EF$ . De hoeken in punt  $G$  zijn beslist niet recht.

Als jij denkt dat die hoeken wel altijd recht zijn, teken dan gelijkbenige driehoek  $ABF$  met  $\angle FBG = \angle GBD = \angle BFG = \angle GFE = 15^\circ$ . Bereken vervolgens de hoeken in punt  $G$  en laat zien dat dit een voorbeeld is waarin de hoeken in punt  $G$  geen rechte hoeken zijn. Valt het je op dat in  $\triangle BDF$  zijde  $BF$  beslist groter is dan zijde  $DF$ ?

2. Toon aan dat  $\triangle ABE$  gelijk is aan  $\triangle AFD$  en dat dus  $BE = DF$ .
3. Toon aan dat  $\angle ABF = \angle AFB$ .
4. Toon aan dat  $\triangle BDF$  gelijk is aan  $\triangle BEF$  en dat dus  $\angle FBE = \angle DFB$ .
5. Toon aan dat  $\triangle BFG$  gelijkbenig is en dat dus  $BG = FG$  en ook  $\angle BDG = \angle FEG$ .
6. Toon aan dat  $\triangle BDG$  gelijk is aan  $\triangle FEG$  en dat dus  $DG = EG$ .
7. Toon aan dat  $\triangle ADG$  gelijk is aan  $\triangle AEG$  en dat dus  $\angle DAG = \angle EAG$ .
8. Laat zien dat  $\angle DAG$  en  $\angle EAG$  ieder gelijk zijn aan de helft van  $\angle BAC$ .
9. Lijn  $AG$  is de deellijn in  $\angle A$ .  
Leg uit dat de erfenis van de boer eerlijk verdeeld is omdat er voor ieder punt aan de ene kant van de deellijn een punt is aan de andere kant van de deellijn op gelijke afstand van punt  $A$ .



ook de uitwerkingen staan op  
[www.fransvanschooten.nl](http://www.fransvanschooten.nl)

heeft zijn eigen website  
[www.fransvanschooten.nl](http://www.fransvanschooten.nl)

## Meetkundig redeneren lastig ?

Veel leerlingen vinden meetkundig redeneren lastig, zo laat de recente discussie in de wiskunde-E brief zien. Daarom ben ik twee jaar geleden begonnen aan een website rondom de meetkunde van de 17<sup>de</sup> eeuwse wiskundige Frans van Schooten Junior.

### Frans van Schooten Junior

Frans van Schooten Junior gaf op de Duytsche Mathematicque les aan landmeters, vestingbouwers, ambachtslui en kunstenaars. Zijn meetkundige werkstukken heb ik bewerkt tot hedendaagse opdrachten waarin het accent ligt op vergrotingen, gelijkvormigheid en congruentie, op overeenkomstige hoeken en zijden. Het zijn verrassende opdrachten geworden waarin hoeken of lijnstukken gehalveerd worden zonder gebruik te maken van cirkels! Een voorbeeld staat hiernaast.

### Omdat ... Daarom ... Dus ...

Nieuw is mijn aanpak waarin leerlingen de redenering stapsgewijs opbouwen met de formulering: "Omdat ... daarom ... dus ...". De kern van de redenering zit in de "omdat ... daarom ...", terwijl de "dus" bedoeld is om het maximale te halen uit de "daarom". Zo leidt iedere stap expliciet tot nieuwe informatie. In de docentenhandleiding staat dit voorbeeld:

Omdat .... een driehoek twee even lange zijden heeft  
daarom .... is de driehoek gelijkbenig  
dus .... zijn de basishoeken even groot.

Met deze aanpak is de afgelopen jaren ervaring opgedaan in 3vwo. Ook is het materiaal gebruikt in de bovenbouw bij wiskunde B. Gebleken is dat dankzij deze formulering de kwaliteit van de uitwerkingen sterk verbeterd is.

### www.fransvanschooten.nl

Meer informatie, opdrachten, uitwerkingen en voorbeelden staan op de website [www.fransvanschooten.nl](http://www.fransvanschooten.nl). Ook vindt u daar een docentenhandleiding, posters, een biografie en literatuurverwijzingen. Tevens vindt u daar een toelichting op de digitale versie van het oorspronkelijke boek, de Mathematische Oeffeningen uit 1660, waaronder de hoofdstukken over handelsrekenen, kegelsneden en algebra. Tot slot vindt u er informatie over zijn andere werk.

### Henk Hietbrink

docent Cals College Nieuwegein

e-mail adres: [frans.van.schooten@planet.nl](mailto:frans.van.schooten@planet.nl)

## Verdeel een hoek in twee gelijke hoeken

### Frans van Schooten Jr 1615 - 1660



Hij gaf wiskunde in het Nederlands aan ingenieurs, landmeters, timmerlui en kinderen van rijke ouders

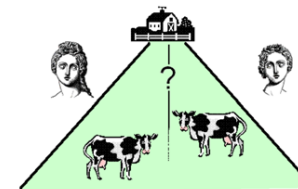
### Beleg van Breda

In 1637 was de tachtigjarige oorlog bijna afgelopen. Prins Frederik Hendrik belegerde toen de stad Breda en legde loopgraven, wallen en forten aan. De totale lengte was 34 kilometer. De Prins had goede rekenaars, landmeters en opzichters in dienst. Die waren opgeleid door Frans van Schooten Sr en Frans van Schooten Jr aan de Ingenieursschool in Leiden. Van hen leerden ze alles over handelsrekenen, vestingbouw, meetkunde en over de Griekse wiskundige Euclides.

### Testament

In Holland overleed een boer met een groot stuk land. In zijn testament stond dat zijn twee dochters ieder de helft kregen van de boerderij, het land en de koeien. De boerderij stond op een hoek van het land. De zussen wilden allebei zoveel mogelijk grond zo dicht mogelijk bij de boerderij. De zussen besloten eerlijk te delen, maar wisten niet hoe dat moest. Daarom vroegen ze de beroemde Frans van Schooten Jr om advies. Zonder passer of goddriehoek bepaalde hij de deellijn vanuit de hoek waar de boerderij stond. Dat deed hij als volgt. Hij zette vier landmeterstokken langs het weiland en een vijfde op de kruising van twee kijklijnen. De kijklijn van de boerderij naar de vijfde stok was volgens hem de deellijn. Frans van Schooten Jr beweerde dat er voor iedere graspol aan de ene kant van de deellijn een andere graspol was aan de andere kant van die deellijn op gelijke afstand van de boerderij. Daarom vond hij dat de erfenis op deze manier eerlijk verdeeld was.

### Erfenis



### Inleiding bij Opdracht 122

Frans van Schooten Jr trok een paar lijnen en beweerde dat hij zo een hoek in twee gelijke hoeken deelde. Opdracht is om uit te zoeken waarom dat zo is.

Frans van Schooten Jr behandelde in zijn boek "Mathematische Oeffeningen" verschillende manieren om dit doel te bereiken. Op bladzijde 122 werkte hij een eerste manier uit. Daar kan je lezen hoe de punten  $A, B, C, D, E, F$  en  $G$  gekozen zijn. In de constructie staat dat je willekeurig drie punten  $A, B$  en  $C$  kiezen mag. Ergens, heel willekeurig, op de lijn  $AB$  mag je een punt  $D$  zetten. Er staat dat de punten  $E, F$  en  $G$  zodanig bepaald zijn dat  $AD = AE$  en dat  $BD = FE$ . Ook staat er dat punt  $G$  snijpunt is van  $BE$  en  $DF$ .



Als je naar de tekening kijkt, lijkt het erg logisch dat lijn  $AG$  hoek  $A$  in twee gelijke hoeken deelt. Toch mag je hieruit nog niet de conclusie trekken dat  $DG = EG$  of dat  $BG = FG$  of dat  $\angle ABF = \angle AFB$  of dat  $\angle ABG = \angle AFG$ . Sommige hoeken lijken recht, bijvoorbeeld de hoeken in  $G$ , maar zijn dat beslist niet! Ook weet je nog niet dat  $\angle DAG = \angle EAG$ . Nu zijn het nog vermoedens. Gebruik alleen dat wat je weet en toon stap voor stap aan dat alles wat je vermoedt inderdaad waar is.

