

Studiedag 15 maart 2024
Henk Hietbrink



Vestingbouw in het klaslokaal

Echte opdrachten voor in de klas

Meetkunde / Goniometrie

Praktische Opdracht / Profielwerkstuk

Vestingbouw in de 16^{de} / 17^{de} eeuw



Waar denkt u aan bij “vesting”?

Als ik zeg tientallen, misschien wel honderd in Limburg, waar gaat u ze vinden

Vestingbouw in de 16^{de} / 17^{de} eeuw

Beleg van Maastricht

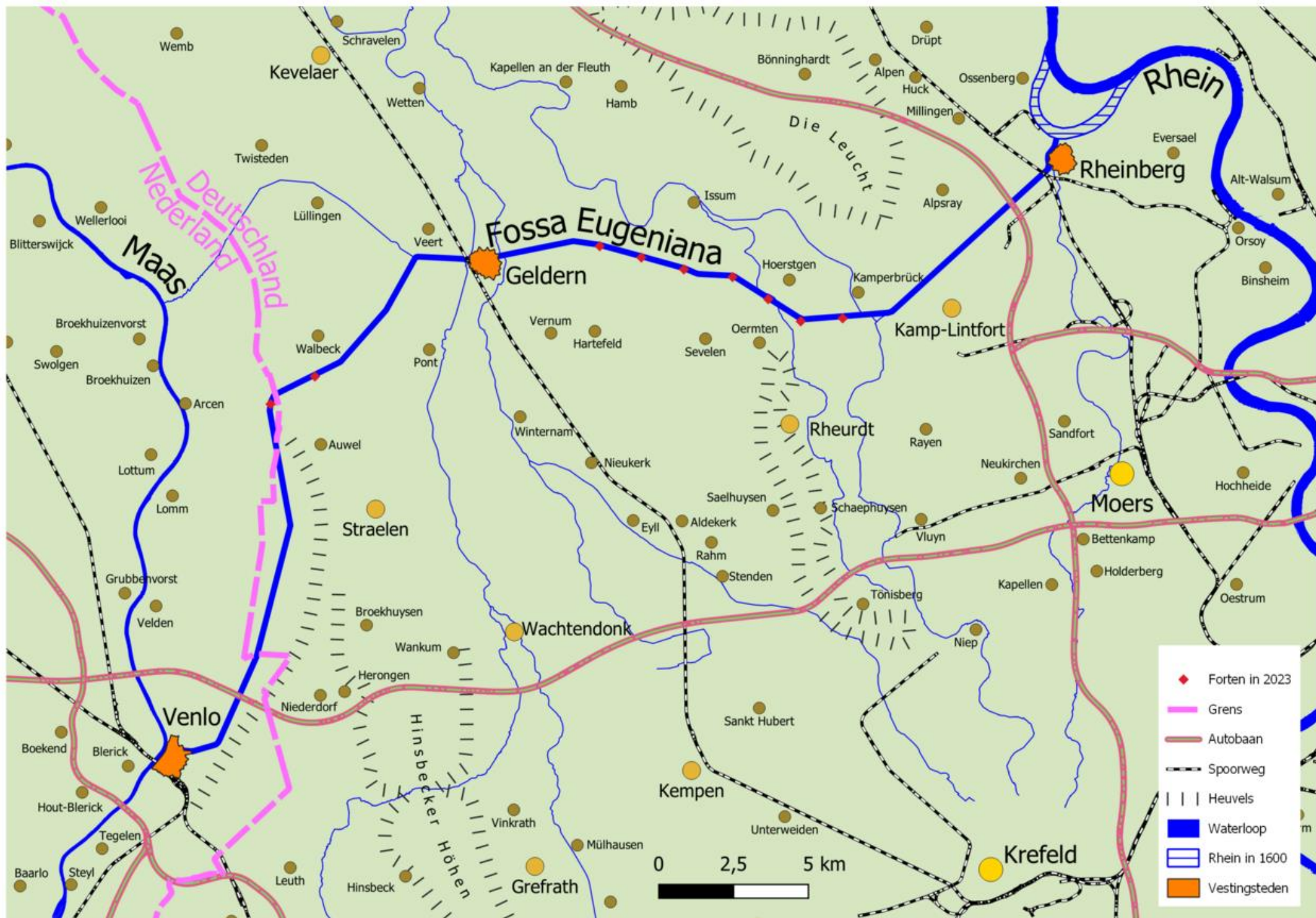


Kan verwijzen naar

- Beleg van Maastricht (1204) begin Luiks-Brabantse oorlogen
- Beleg van Maastricht (1267) tijdens de Luiks-Brabantse oorlogen
- Beleg van Maastricht (1303) tijdens de Luiks-Brabantse oorlogen
- Beleg van Maastricht (1334) tijdens de Luiks-Brabantse oorlogen
- Beleg van Maastricht (1407-1408) Luikse volksmilities belegeren de stad
- Beleg van Maastricht (1579) tijdens de Tachtigjarige Oorlog door Alexander Farnese
- Beleg van Maastricht (1632) tijdens de Tachtigjarige Oorlog door Frederik Hendrik
- Beleg van Maastricht (1634) tijdens de Tachtigjarige Oorlog door Francisco de Moncada
- Beleg van Maastricht (1673) tijdens de Hollandse Oorlog door Vauban en Lodewijk XIV
- Beleg van Maastricht (1676) tijdens de Hollandse Oorlog door Willem III van Oranje
- Beleg van Maastricht (1748) tijdens de Oostenrijkse Successieoorlog
- Beleg van Maastricht (1793) tijdens de Eerste Coalitieoorlog (na de Franse revolutie)
- Beleg van Maastricht (1794) tijdens de Eerste Coalitieoorlog
- Maastrichtse belegstaat (1830-1833) tijdens de Belgische Revolutie







Bron: https://nl.wikipedia.org/wiki/Fossa_Eugeniana

» Fossa Eugeniana «

1626 begonnener Kanalbau – fast 50 km lang – nie vollendet

von Kloster Kamp nach

2,0 km	Schanze Nr. 5 - Kloster Kamp
3,5	Anhalt-Schanze
5,5	Schanze Finken
6,5	Ständere-Schanze
8,5	Majenn-Schanze
10,0	Hase-Schanze
12,0	Löper-Schanze
17,0	Geldern, Babelsberg
24,0	Stoll
27,0	Schanze südlich Walbeck
28,0	Doppel-Schanze

Verein Niederrhein (VN) e.V.

Walbeck

Arcen

Verlo

Straelen

Geldern

Issum

Sevelen

Kloster Kamp

Kamp-Lintfort

Rheinberg

Rhein

Maas

B 58

B 59

B 57

B 510

B 511

B 512

B 513

B 514

B 515

B 516

B 517

B 518

B 519

B 520

B 521

B 522

B 523

B 524

B 525

B 526

B 527

B 528

B 529

B 530

B 531

B 532

B 533

B 534

B 535

B 536

B 537

B 538

B 539

B 540

B 541

B 542

benannt nach der Bauherrin Clara Isabella Eugenia, der damaligen spanischen Regentin in Brüssel – einer Tochter des Königs Philipp II. von Spanien

bestimmt als Schiffsverbindungs zwischen Rhein und Maas, die später bis in die Schelde bei Antwerpen weitergeführt werden sollte

benutzt als Verteidigungslinie der Spanier gegen die Niederländer – daher die vielen Schanzen

Zeichenerklärung:

— Kanalbett sichtbar
— Kanalbett eingeebnet

Ziffer 1-24 Schanzen, davon Ziffer 6-18 Großschanzen

■ erhaltene Schanzen
□ eingeebnete Schanzen

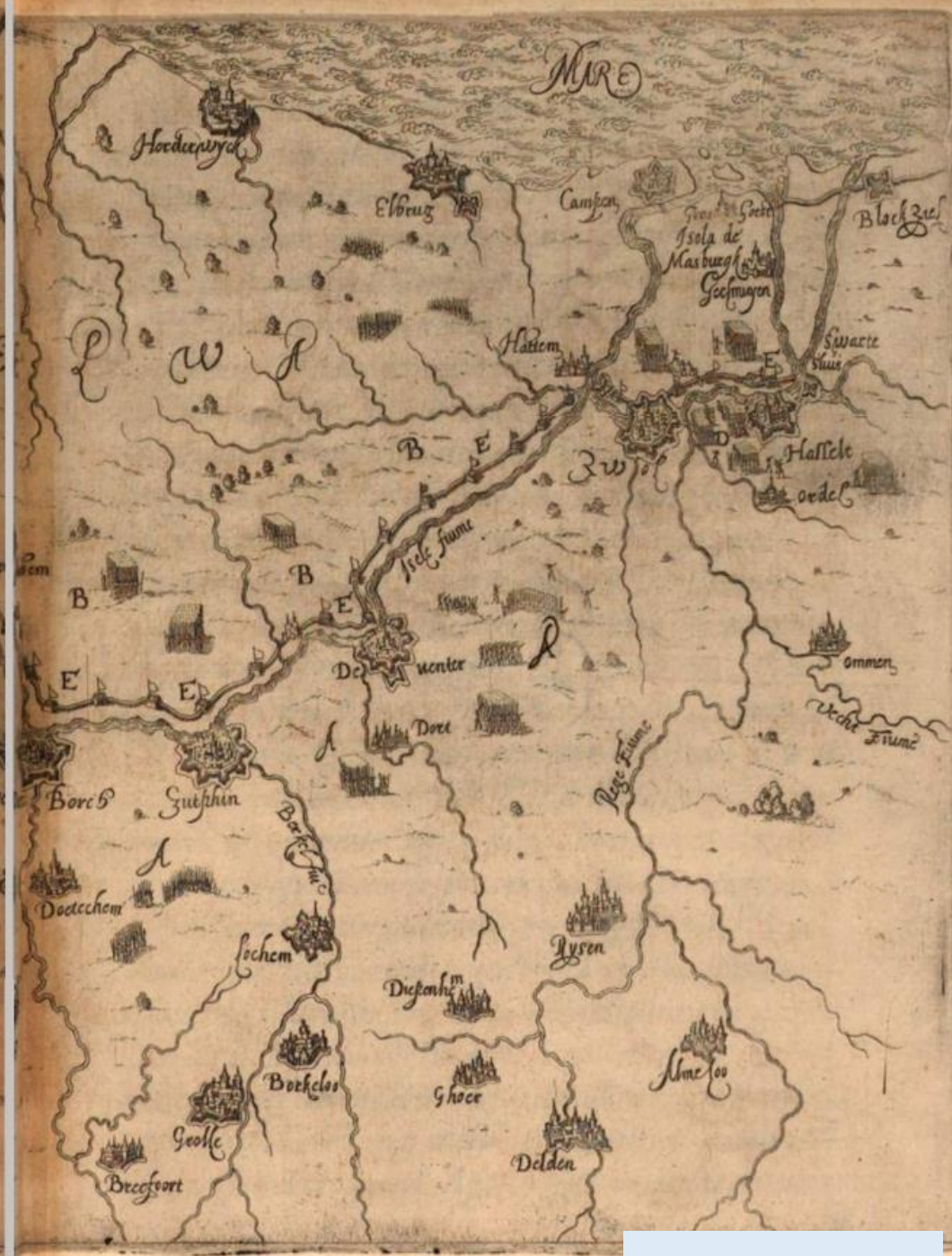
— Bundesgrenze
• Standort

Der Fossa-Eugeniana-Wanderweg (örtlich so gekennzeichnet) erschließt die heute noch sichtbaren Baureste zwischen Kloster Kamp und der Bundesgrenze.

HISTORISCHER VEREIN für Geldern und Umgegend + SIEDLUNGSVERBAND RUHRKOHLLENBEZIRK

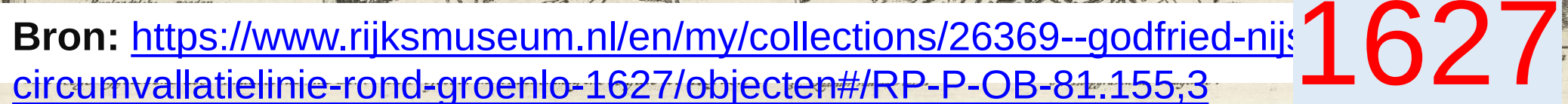


A. Luoghi ne Quali le Spinoſe
Conduccua ſeſecrato
B. Luoghi ne Quali ſ'era poſto Maurizio
con ſeſecrato ſec Impedir ſ' paſſa
ggo de j fiume Vallo neno et ſel
Cattoſiq
C. Luogo oue Giuſtimano tento di paſſa
ſ' Vallo
D. Luogo oue ſ' Conte di Sora tento di
paſſare ſ' Fiume deſt' et entrato
nel ſ' Iſola di Marburg
E. Fortificationi Fatte da gl' Olandeſi
per Impedir ſ' paſſo ſ' Cattoſiq
de fiume Vallo neno et ſel
F. Villaggio di Moede oue ſi
ſ'erno Bugnoy con ſeſecrato
Figura 25



Bron: <https://books.google.nl/books?id=J-Hkf0pzVEsC>

1615



Vestingbouw in de 16^{de} / 17^{de} eeuw



Simon Stevin (1548-1620)
leefde tussen de tijd van
kasteel Loevestein en vesting
Naarden



Rutger Hauer als Floris

Let goed op het moeizame transport vanaf 9:21.



Bron: <https://www.youtube.com/watch?v=KXuFarPsAvo>

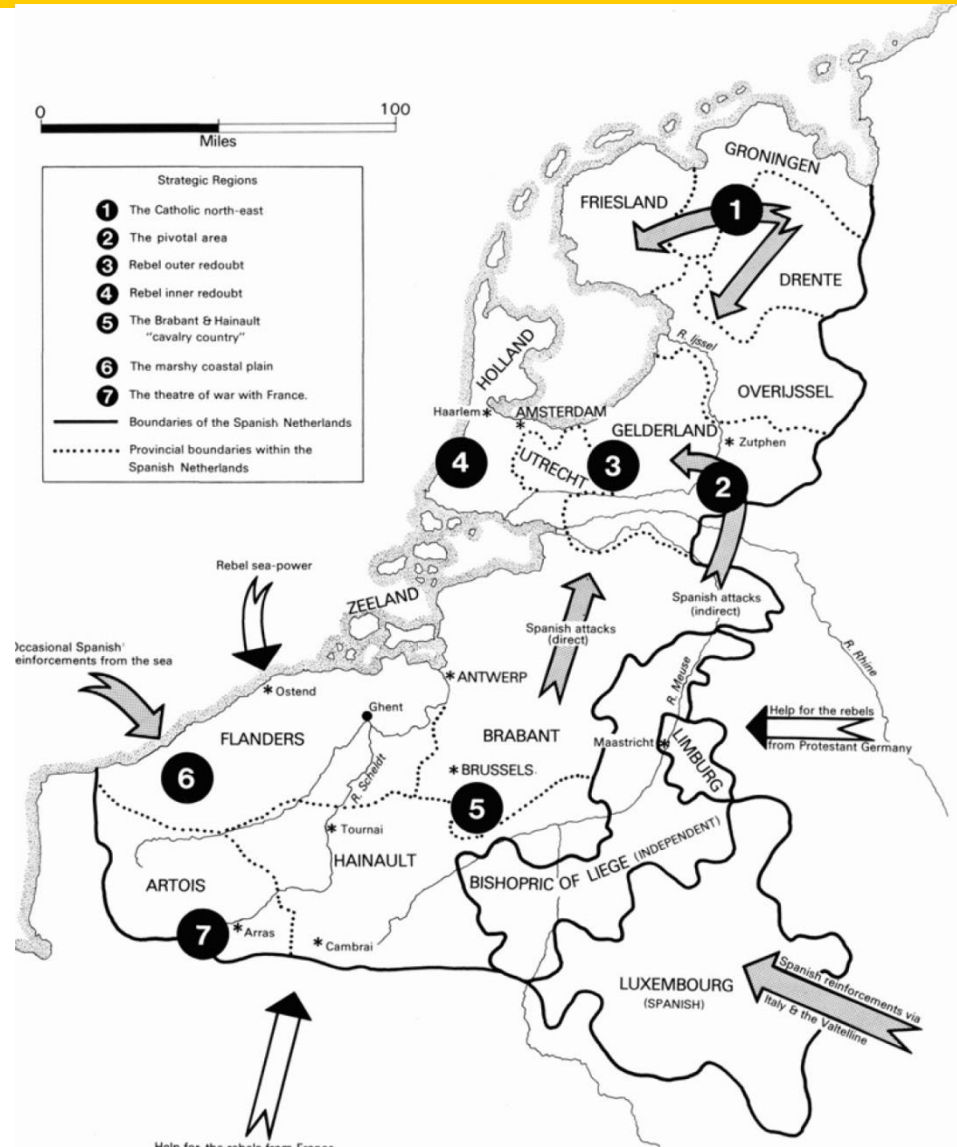
Tachtigjarige Oorlog – De Opstand

1568-1574

- Spaanse leger trekt op tot Haarlem, Alkmaar en Leiden
- Slechte wegen bemoeilijken het transport van kanonnen en munitie

1585

- Val van Antwerpen

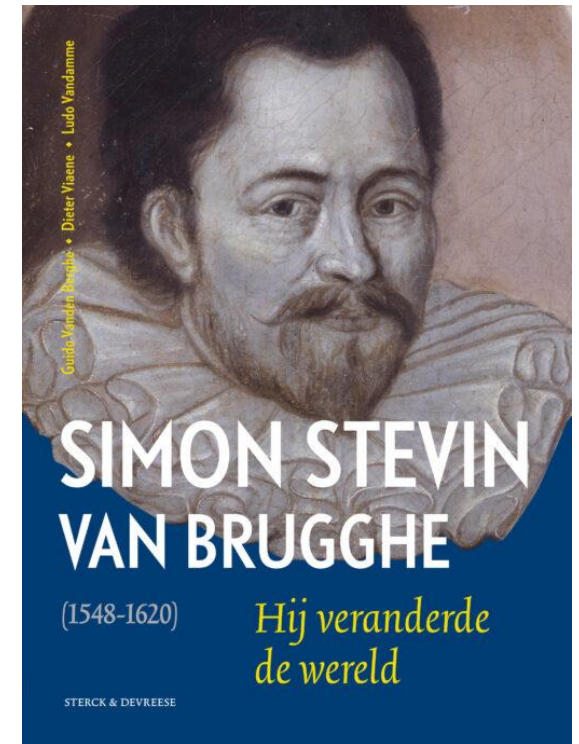


Bron: Christopher Duffy: Siege Warfare

Simon Stevin 1548 – 1620

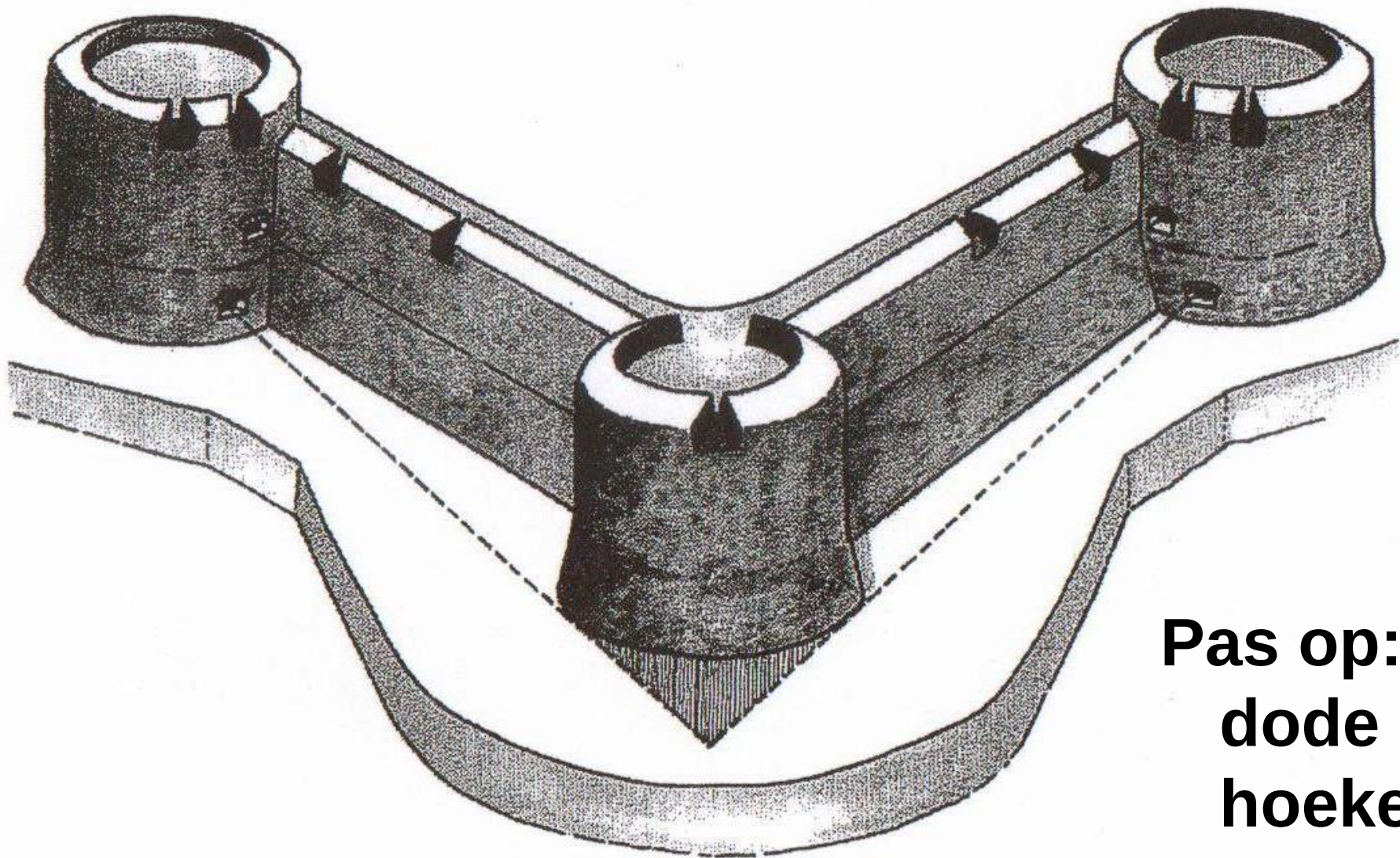
onderzoeker en raadgever

- Rekenen aan rente
- Algebra en meetkunde
- Goniometrie
- Perspectief
- Mechanica
- Kosmologie
- Boekhouden
- Vestingbouw
- Organisatie van het legerkamp
- etc ...



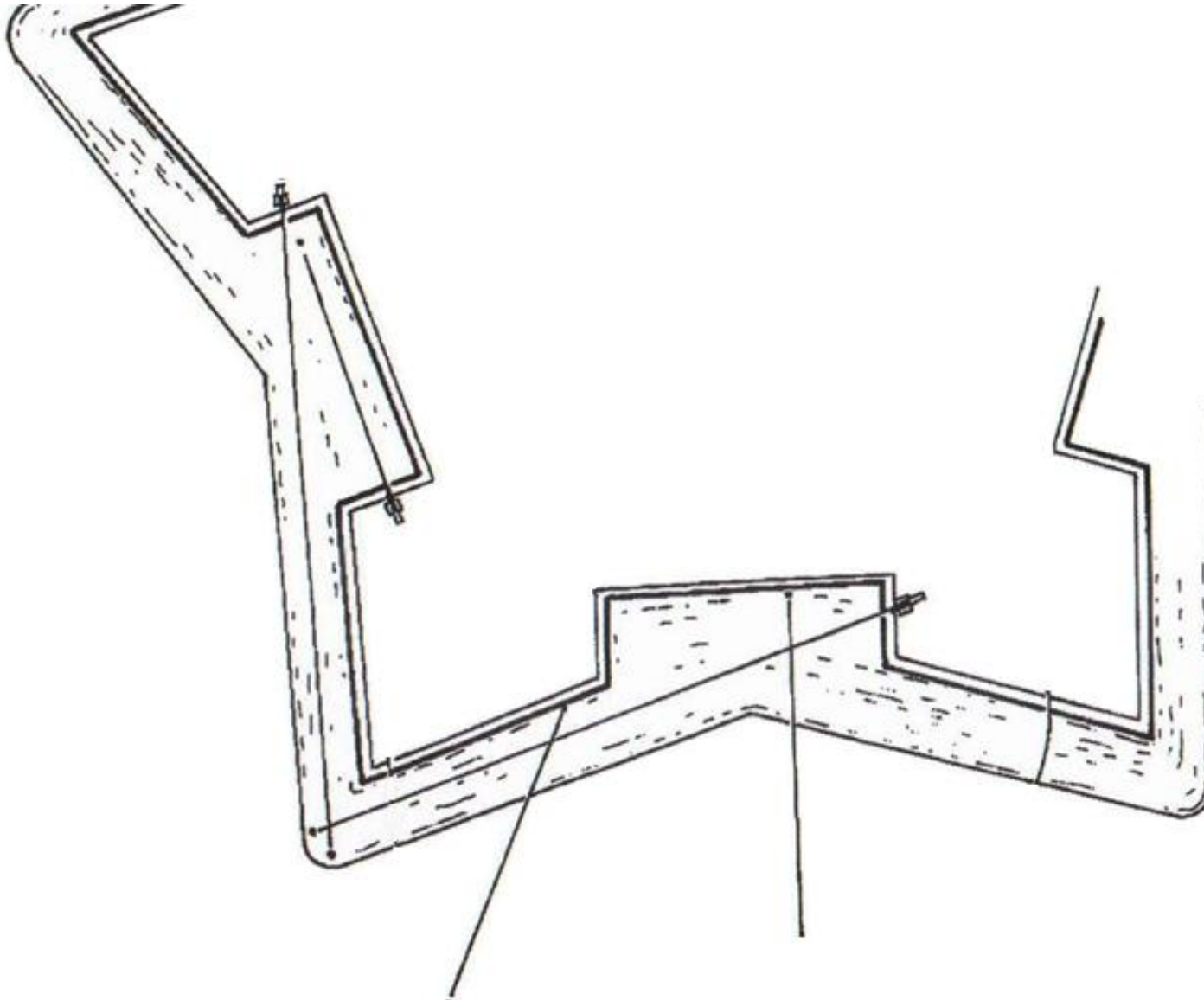
Bron: <http://www.fransvanschooten.nl/TafelenVanInterest.htm>

Niet zo ...



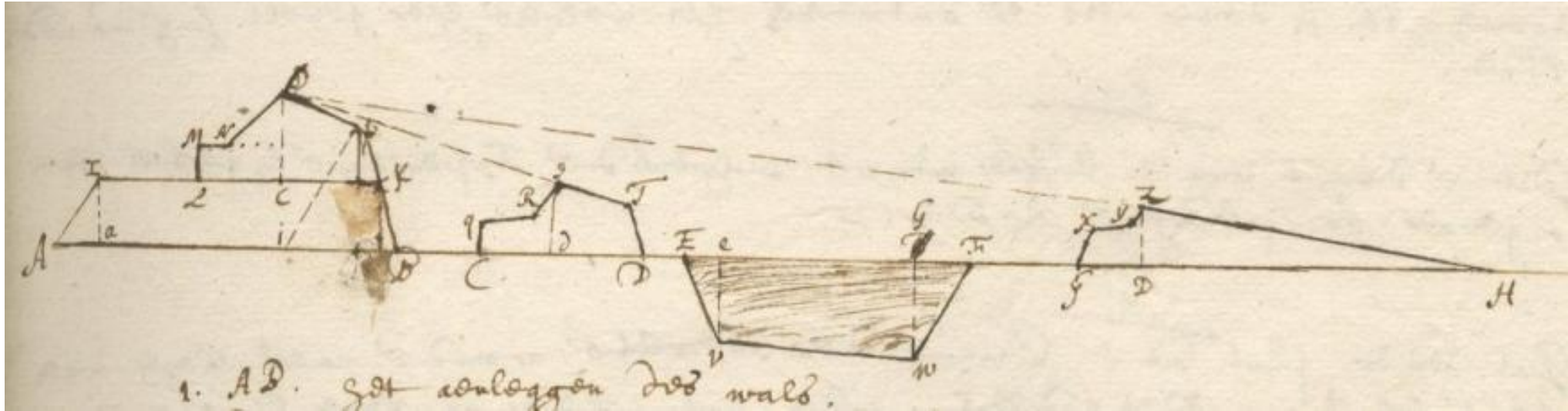
**Pas op:
dode
hoeken**

Maar zo ...



- **Verdediger staat veilig op het bolwerk**
- **Aanvaller is altijd onder schot**

Lesbrief Dondervoort



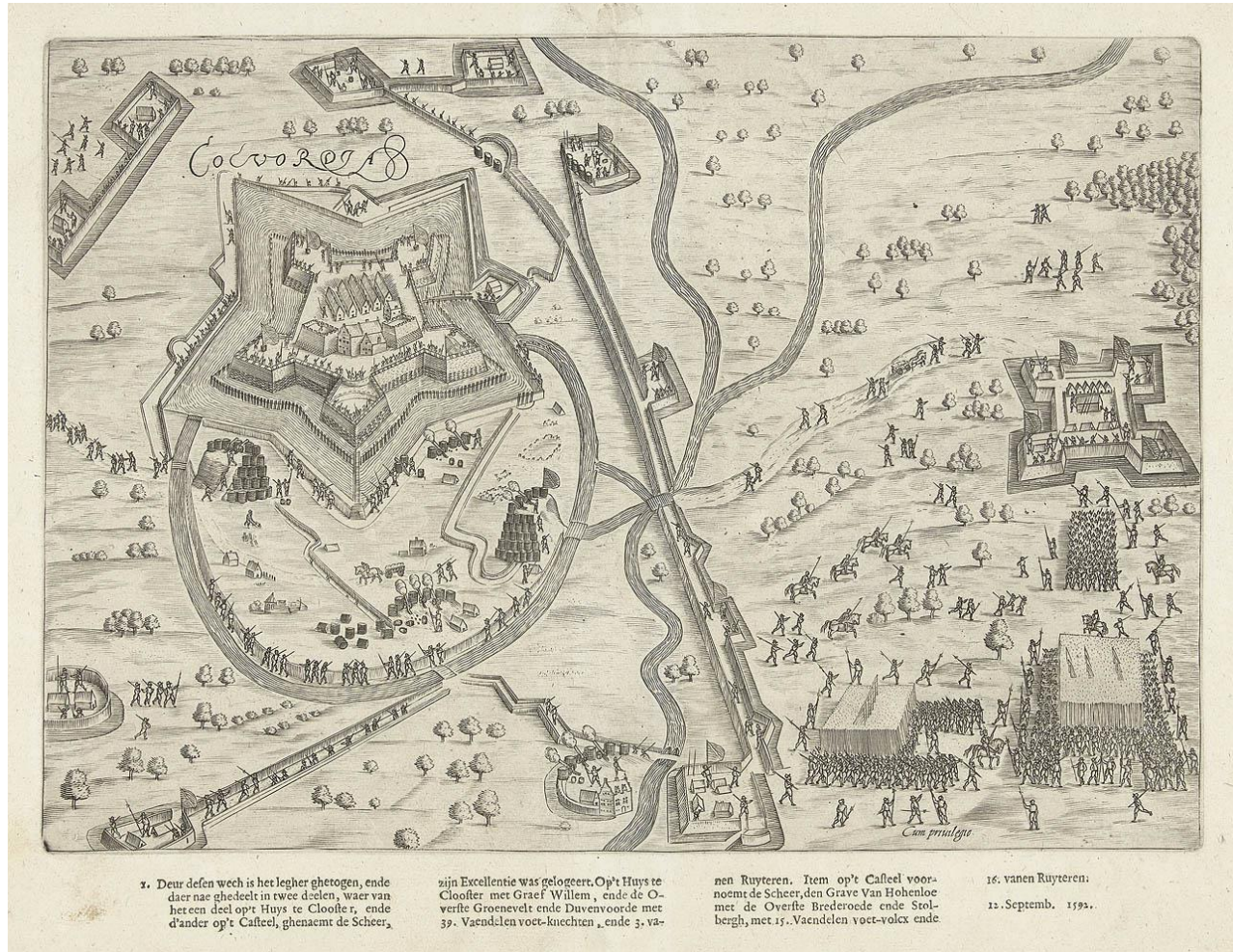
**Van rechts komt de aanvaller en ligt altijd onder vuur.
Tenzij je als Vauban over zoveel artillerie beschikt dat
de verdedigers niet langer veilig op de wallen staan.**

Lesbrief op <http://www.fransvanschooten.nl/Stevin.htm>

Prins Maurits gaat in de tegenaanval

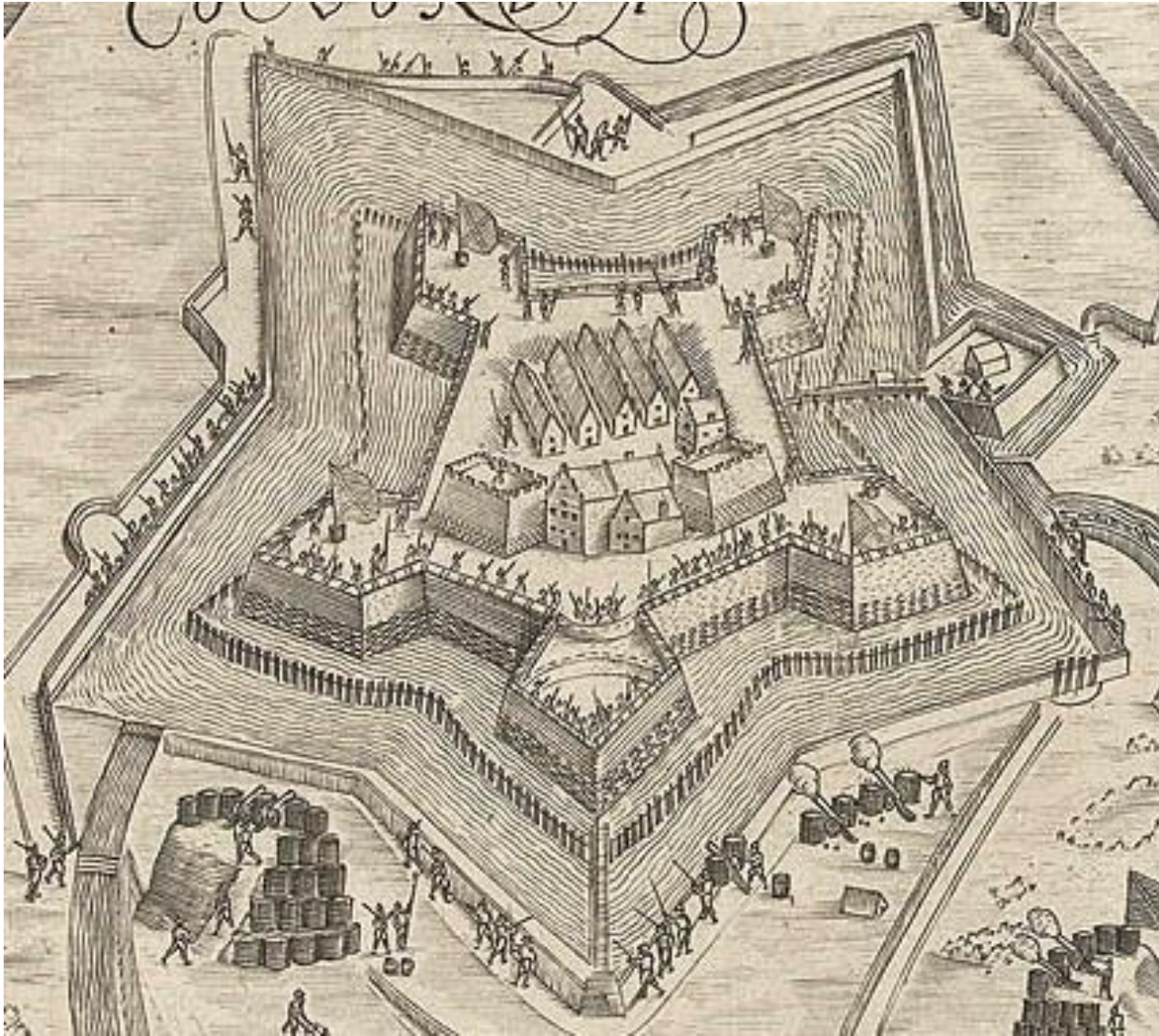
1591 - 1594

- Oost Nederland:
 - Zutphen
 - Deventer
 - Nijmegen
- Zeeland:
 - Hulst
- Noord Nederland:
 - Steenwijk
 - Coevorden
 - Groningen



Bron: Pieter Bast: Beleg van Coevorden, 1592

Prins Maurits gaat in de tegenaanval Vesting Coevorden



- **Moderne vesting**
- **Grondvorm is een vijfhoek met spitse bastions**
- **Veroverd binnen drie weken**

Prins Maurits gaat in de tegenaanval Legerkamp



**Tijdelijk legerkamp
is ook een vesting
met bastions**

**Als bescherming
tegen een leger dat
de aanvallers komt
verjagen
(ontzetting)**

Vestingbouw in de 16^{de} / 17^{de} eeuw



Opkomst nieuwe wiskunde

- Goniometrie met tabellenboek
- Sinusregel, cosinusregel, tangensregel

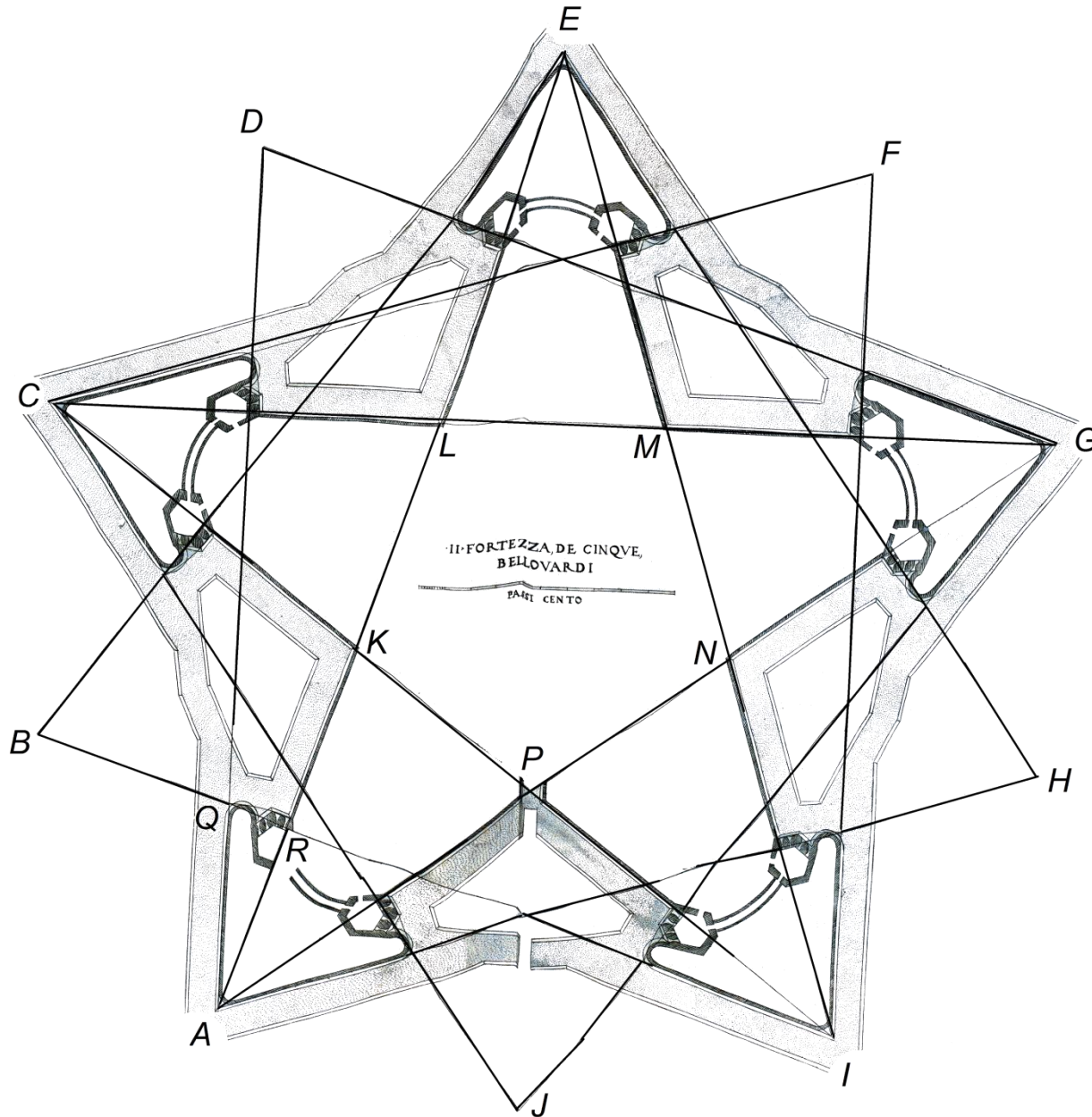
Auteurs in het Nederlandse taalgebied

- 1594: Simon Stevin, Sterctenbowwing
- 1614: Samuel Marolois, Fortification ou Architectvre militaire
- 1622: Frans van Schooten Sr, Fortificatie ...
- 1624: Henricus Hondius, Korte beschrijvinge, ...
- 1626: Adriaan Metius, Fortificatie ofte stercken-bouwinghe
- 1627: Frans van Schooten Sr, De Tafelen van Sinus, Tangens ...

da Carpi

Delle fortificationi libri...

(1523 – 1573)



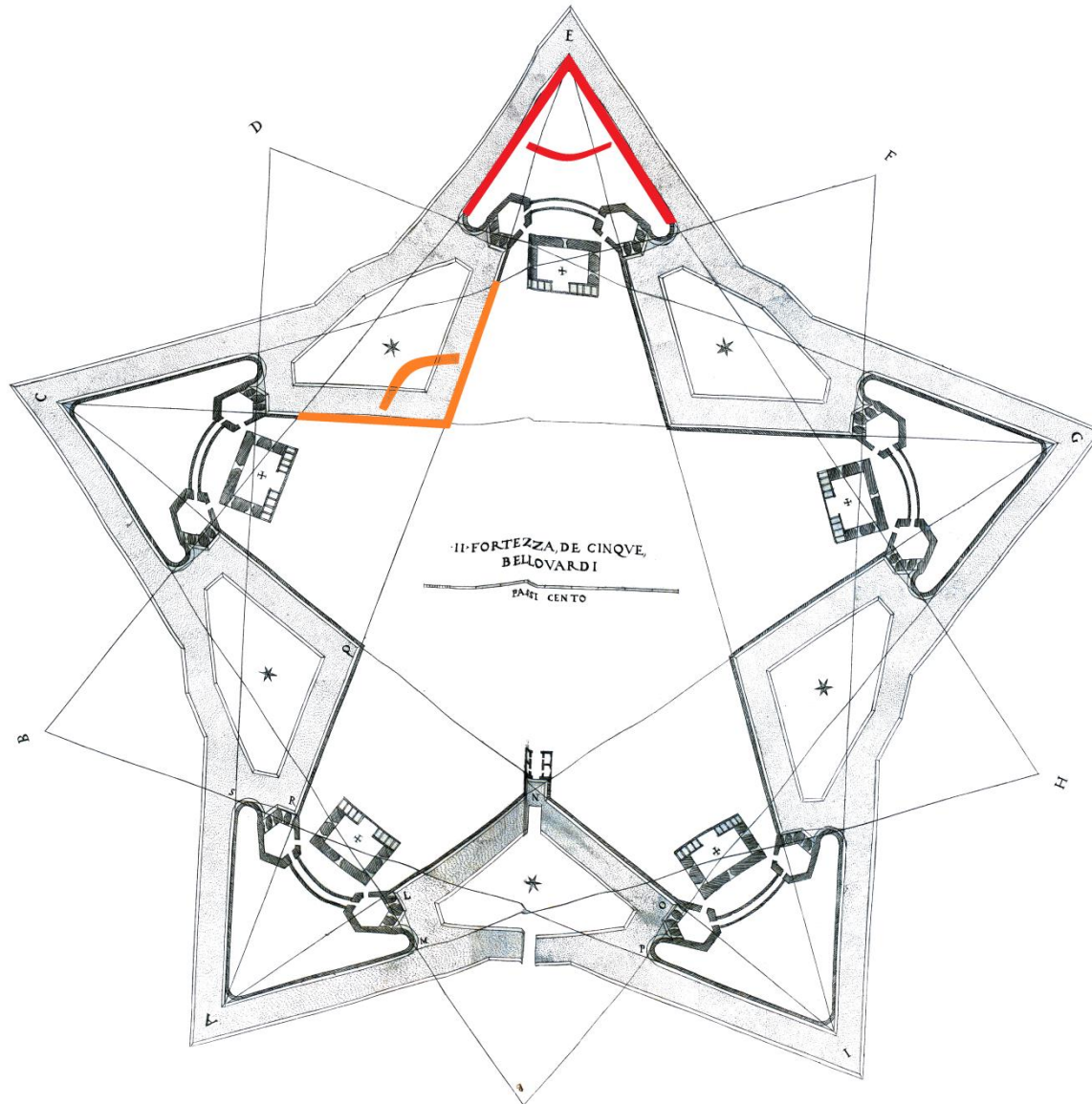
**Dit is mooie
wiskunde**

- **Bereken hoeken**
- **Bereken zijden**

da Carpi

Delle fortificationi libri...

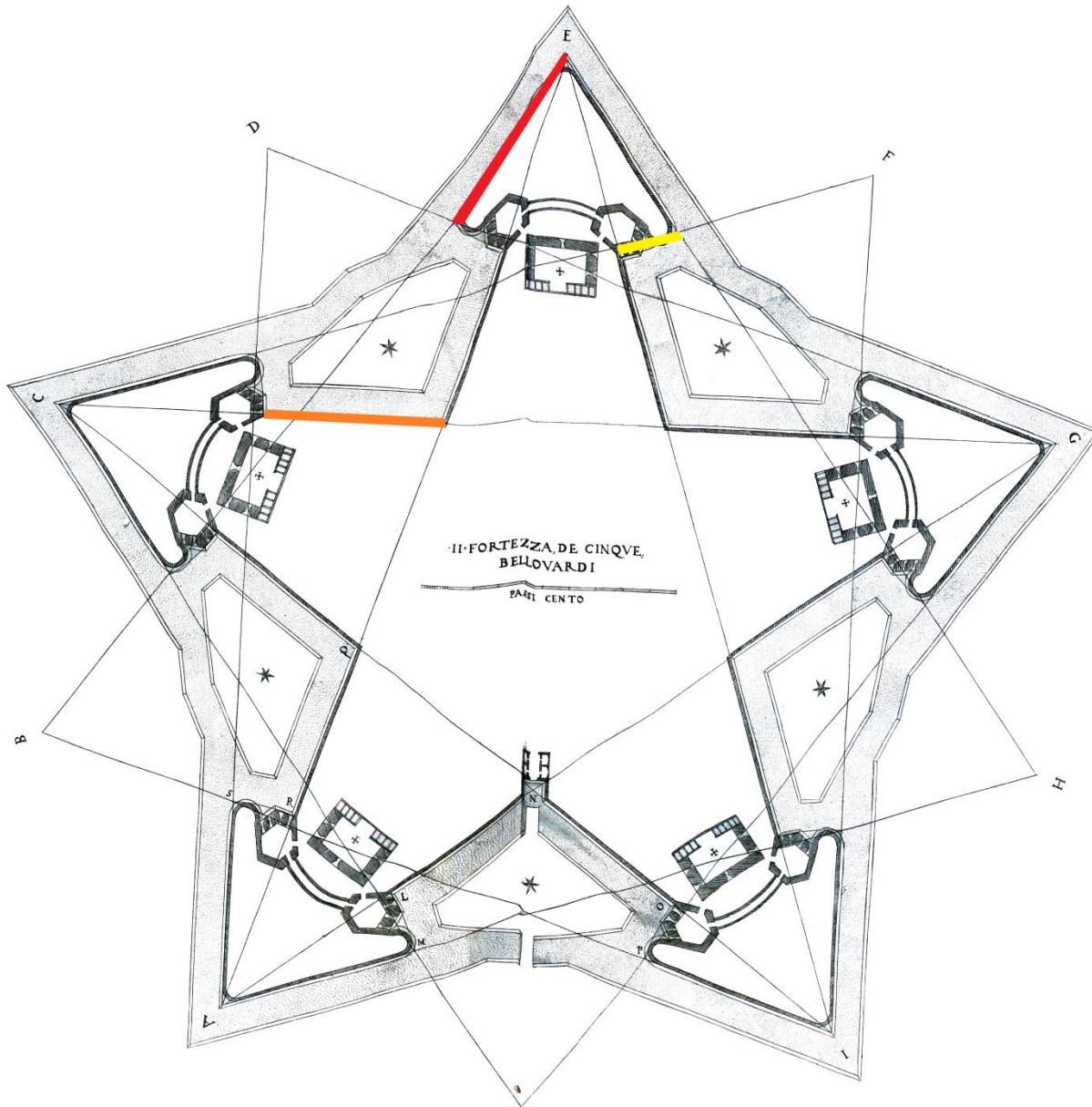
(1523 – 1573)



Huiswerk

- Bereken de bolwerkshoek
- Bereken de grootte van de hoek van de knik in de courtine

Bereken de afmetingen van de vesting



Gegeven is dat de oppervlakte van de binnenste vijfhoek exact 600 roeden is

Bereken de lengte van

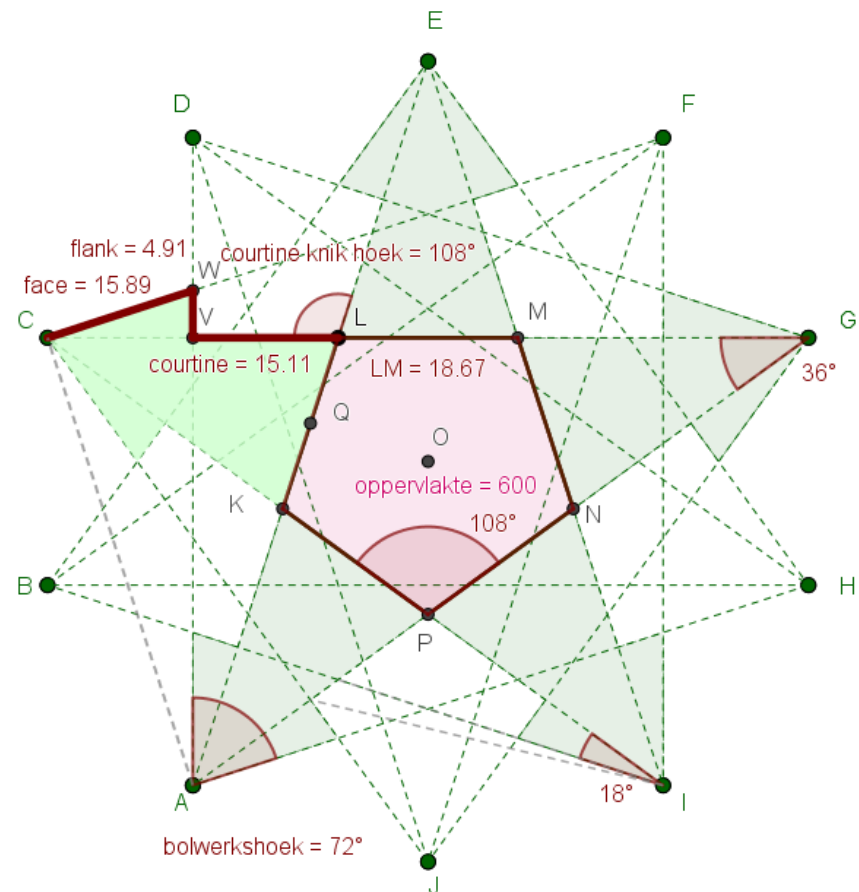
- Face (zijde van bolwerk)
- Courtine (wal)
- Flank (zijkant van bolwerk)

Bereken de afmetingen van de vesting

Uitwerking in Excel

	A	B	C	D
2	Stap 1	opp KLMNP = 1	600	vierkante roeden
3		zijde vijfhoek	18,67459	
4				
5	Stap 2	driehoek KLO		
6		KL	18,67459	
7		KQ	9,337296	
8		KO	15,88556	
9		OQ	12,85169	
12	Stap 3	driehoek CKL		
13		KQ	9,337296	
14		CK	30,21613	
15		CQ	28,73724	
18	Stap 4	driehoek CDL		
19		CD = DL	25,70337	bolwerksafstand
20	Stap 5	driehoek DLV		
21		OC = OD	41,58893	
22		LV	15,10806	courtine
25	Stap 6	driehoek CVW		
26		CV	15,10806	
27		CW	15,88556	face
28		VW	4,908907	flank
32	Stap 7	driehoek CVZ		
33		CV	15,10806	
34		VZ	4,908907	keel
35		CZ	15,88556	hoofddijn

Gegeven is dat de oppervlakte van de vijfhoek KLMNP exact 600 vierkante roeden is



Voorstel Simon Stevin

Huiswerkopdracht Leraar Wiskunde



Frans van Schooten

Gisteren om 01:08 · 🌐

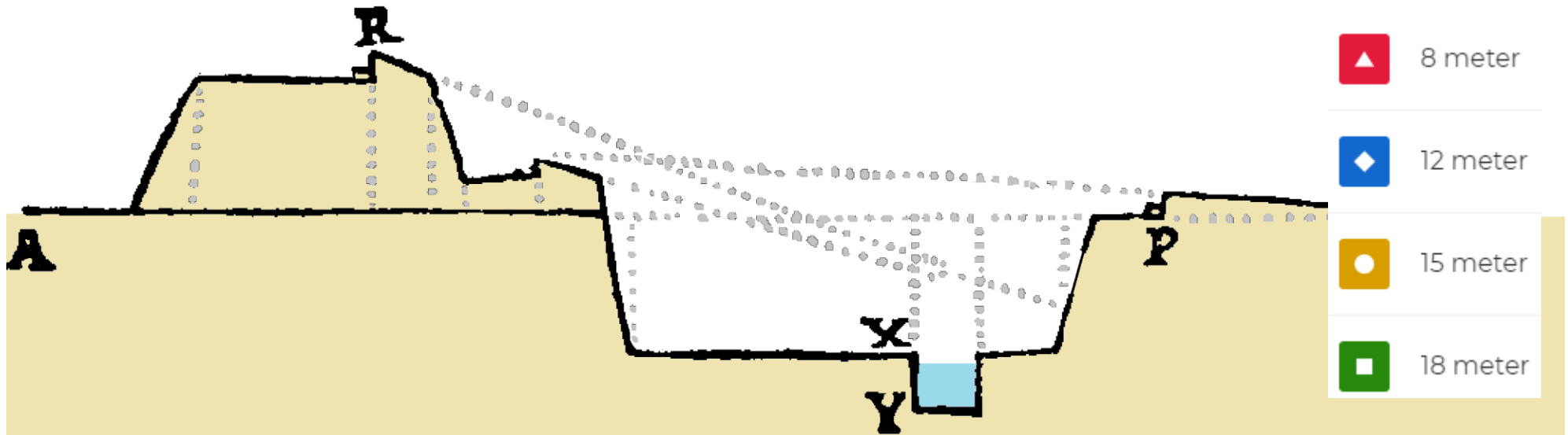
...

Op de studiedag geef ik een workshop over Simon Stevin. Hij schreef in 1594 als een van de eersten een helder boek over vestingbouw in begrijpelijk Nederlands. Hij gaf precies aan hoe hoog en breed de wallen en bastions moesten zijn en hoe breed en hoe diep de gracht. Onderstaande tekening komt uit zijn boek *Sterctenbowwing*. In Google Forms staan drie vragen. De eerste vraag gaat over de hoogte van de bastions, de tweede over de diepte van de gracht. De derde vraag is waar in Nederland dit voorstel gerealiseerd is.

<https://forms.gle/Kgd3VGMyMUWktNjS9>



Vraag 1



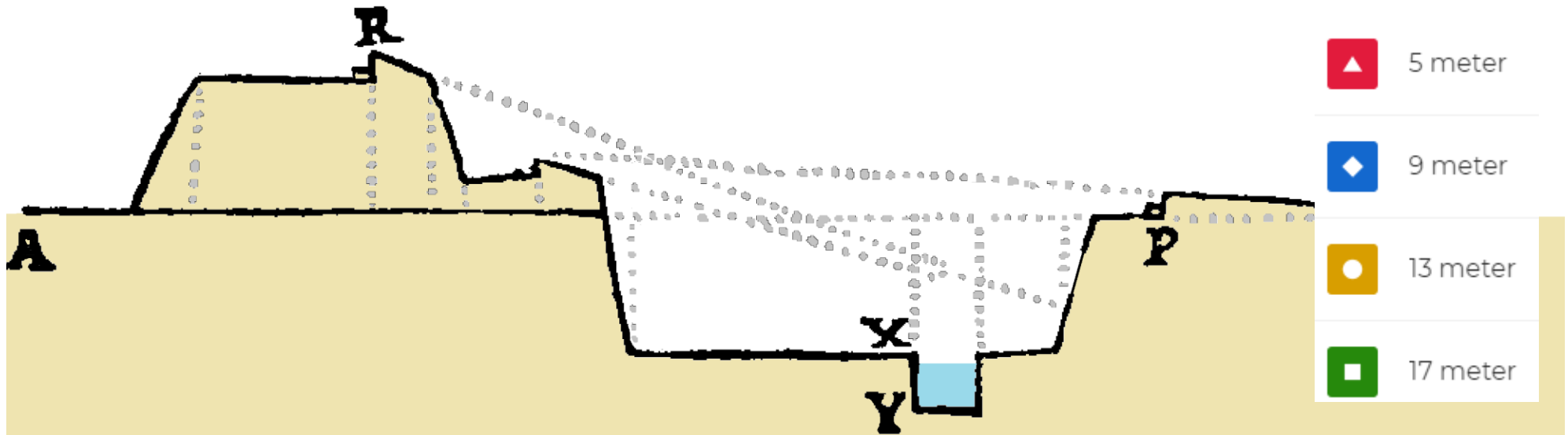
Lijn AP is het grondniveau.

Punt R is de bovenkant van de borstwering van het bastion.

Hoe hoog is punt R boven het grondniveau?

Bron: <https://fransvanschooten.nl/StevinWorkshop.htm#opdracht2>

Vraag 2



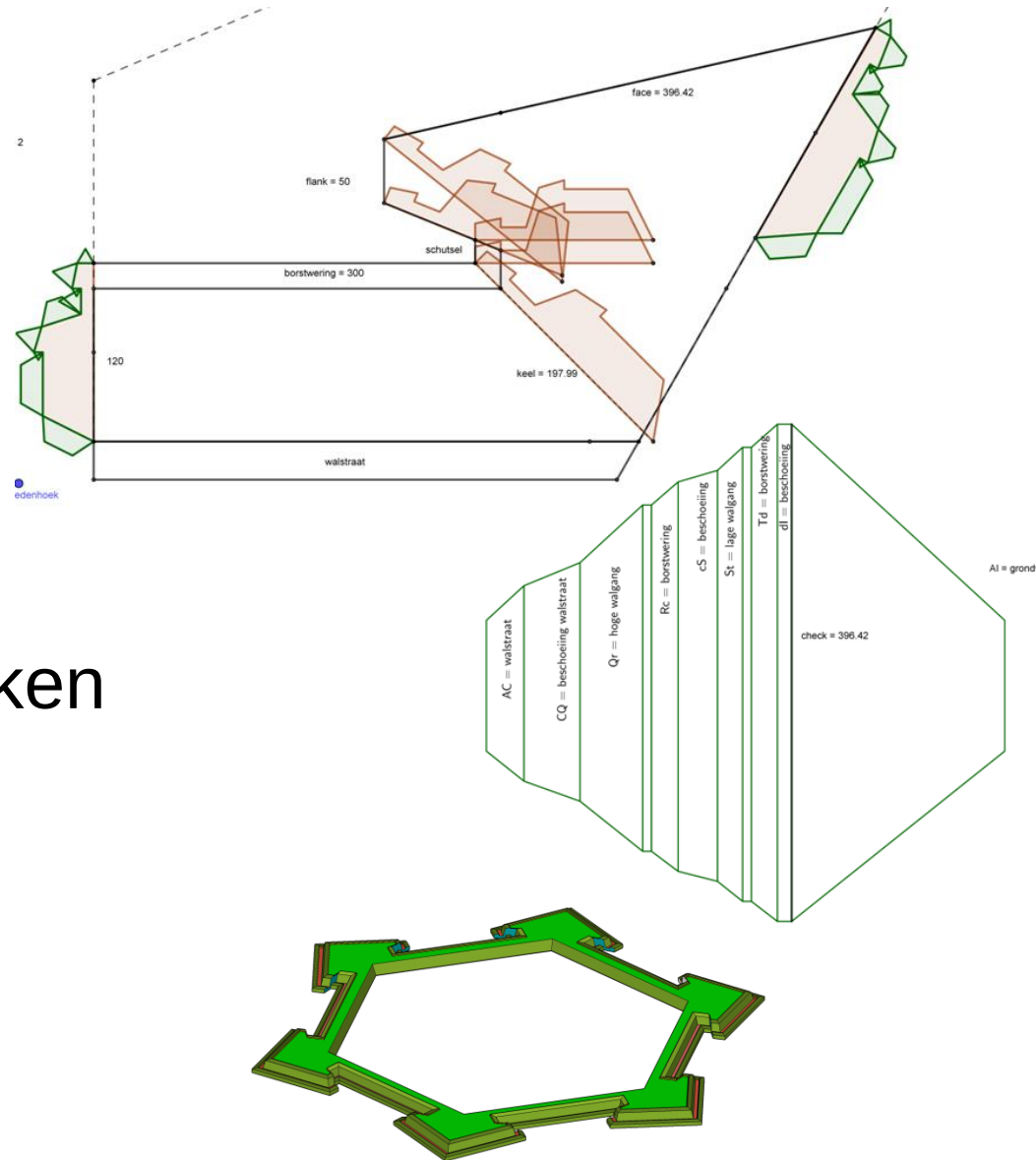
Lijn AP is het grondniveau.

Punt X markeert het waterpeil.

Hoe diep is punt Y, de bodem van de gracht, in meters onder grondniveau?

Wat kun je met deze zeshoek doen in de klas ...

- **Goniometrie**
 - Rekenen aan hoeken
- **Ruimtemeetkunde**
 - Bouwplaat / Uitslag
- **Geogebra**
 - 3D model
 - 2D: oppervlakte veelhoeken
- **Techniek**
 - Schaalmodel
 - 3D printen / SketchUp

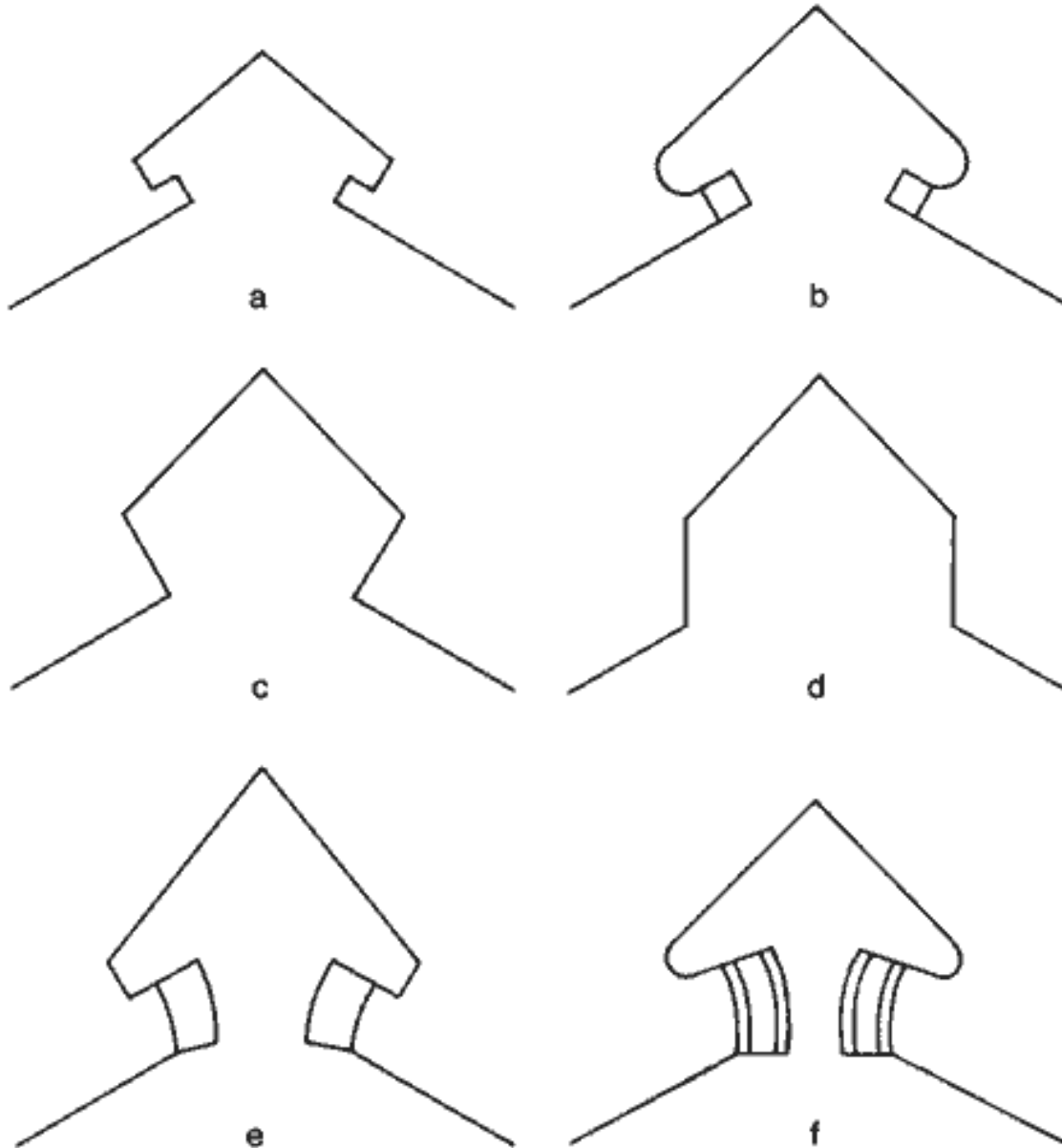


Van Italiaans naar Oud-Nederlands naar Nieuw-Nederlands



Italiaans

Simon Stevin



Oud-Nederlands

Marolois

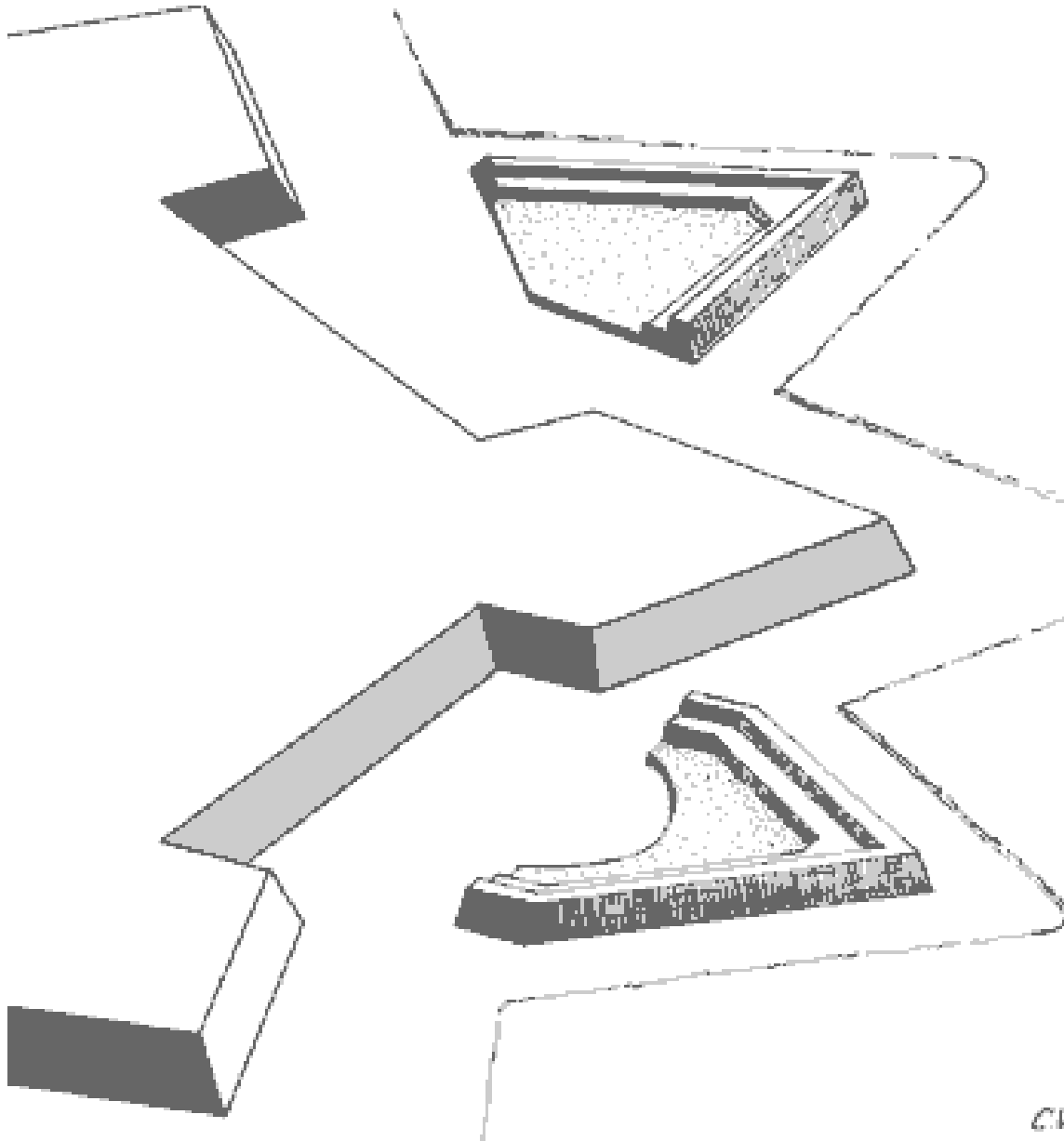
Frans van Schooten

Freitag

Nieuw-Nederlands

Menno van Coehoorn

Ieder boek opent met definities en bepalingen



- **Courtine**
- **Flank**
- **Face**
- **Keel**
- **Hoofdlijn**
- **Strijklijn**
- **Defensielijn**

Pak je mobieltje

Kahoot!

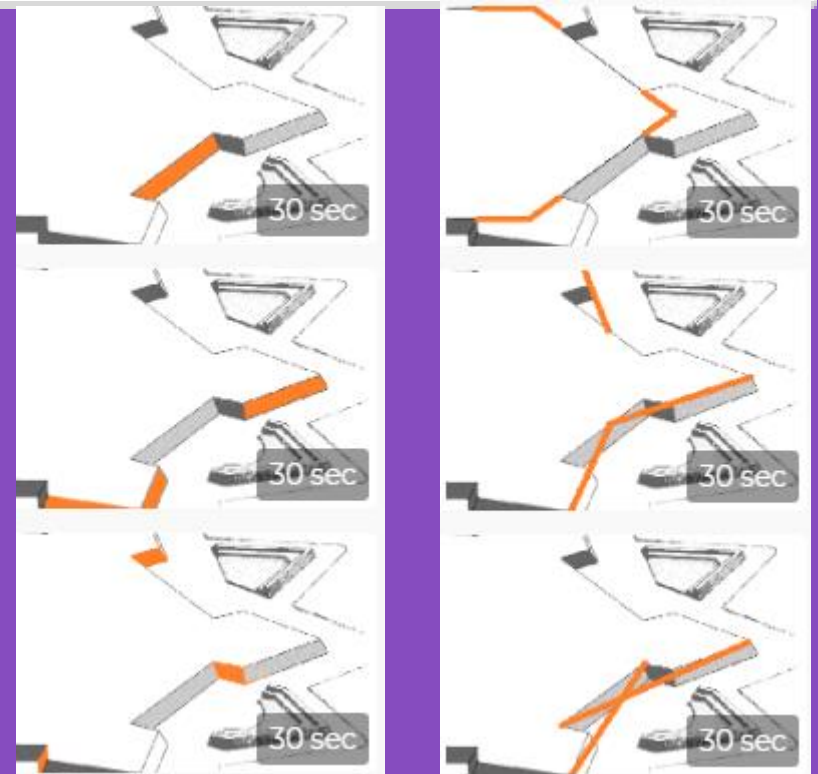
Kahoot!

Workshop Simon Stevin Sterctenbowwing: Begrippen

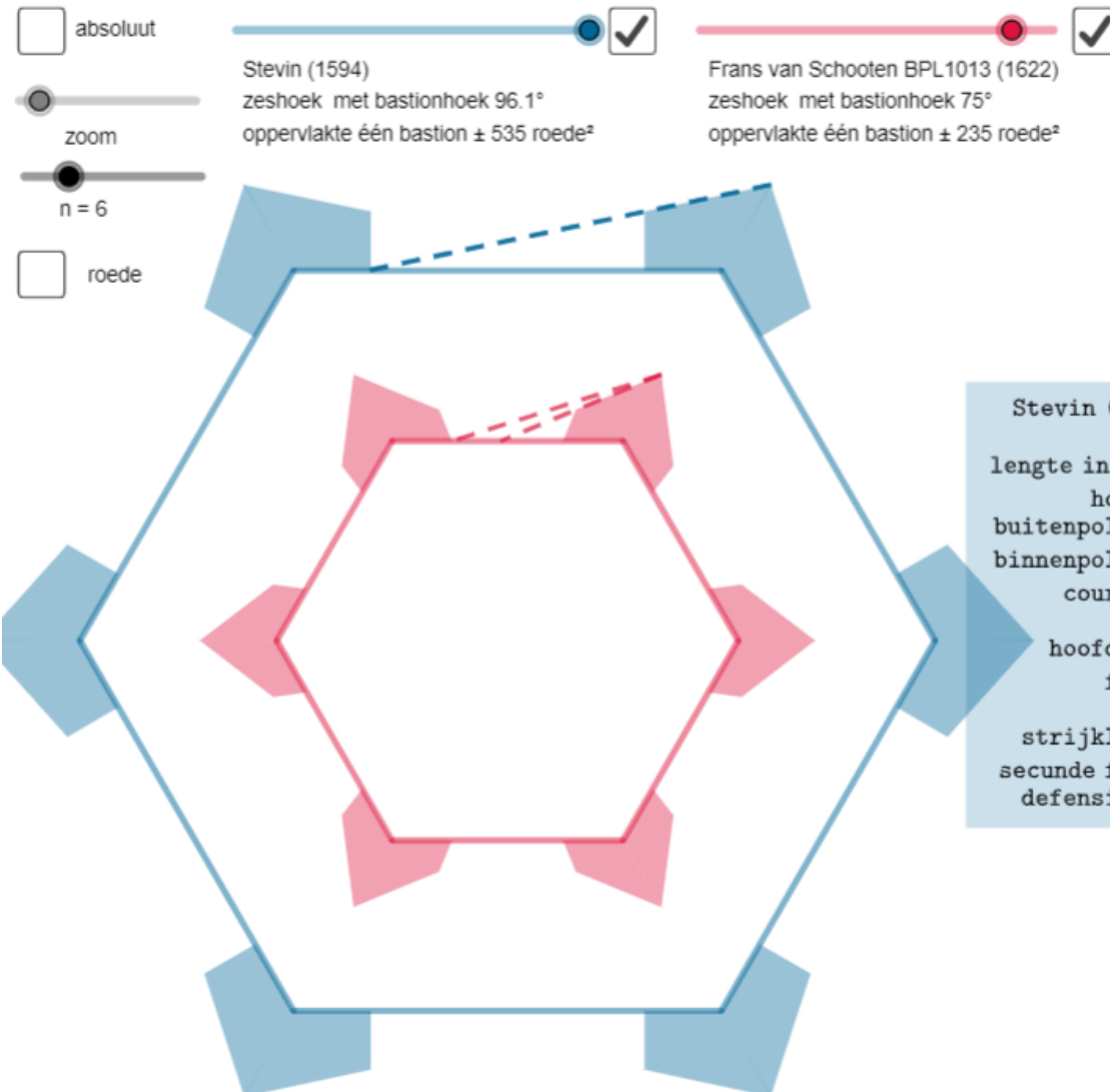


Player vs Player
1:1 Devices

Classic



Vergelijk: de verschillen zijn groot!

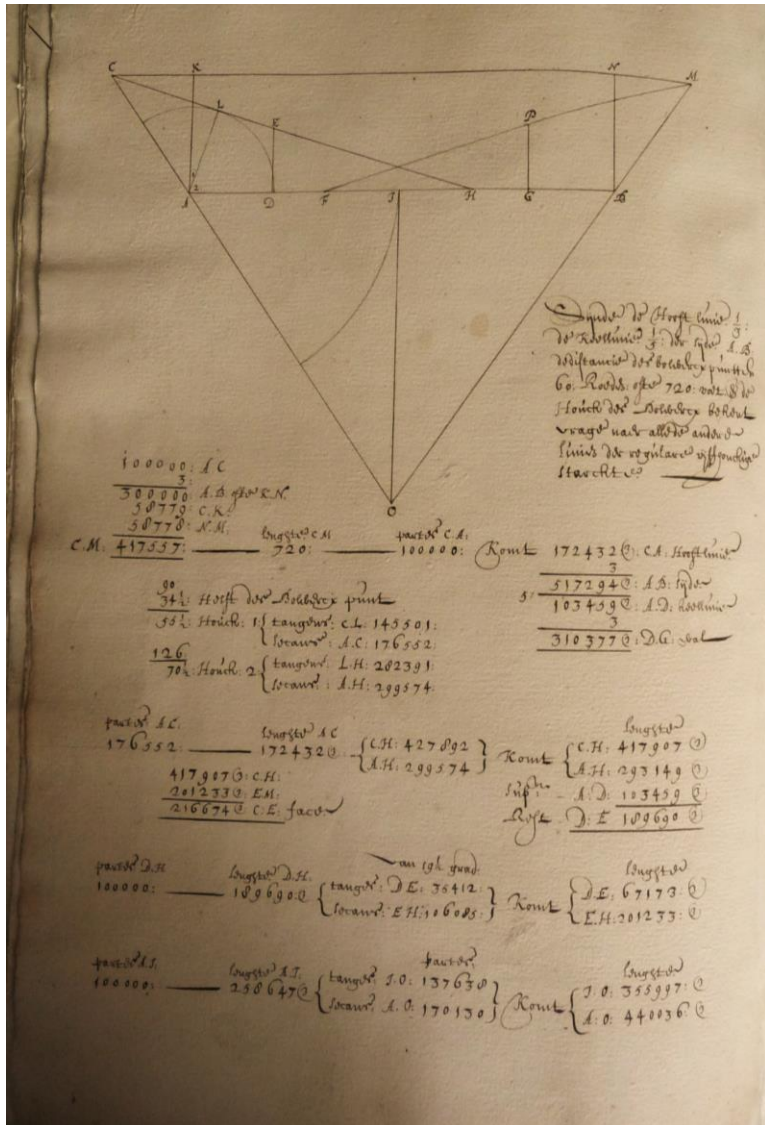


Stevin (1594)

lengte in roede	
hoeken:	6
buitenpolygon:	103
binnenpolygon:	83
courtine:	53
keel:	15
hoofdlijn:	19
flank:	12
face:	25
strijklinie:	81
secunde flank:	-1
defensielijn	80

Servants of Mathesis

Early modern education in fortification and the authority of mathematics in the Dutch language. Charles van den Heuvel – Henk Hietbrink



Author	Small Royal	Year	Centre Polygon	Side Polygon	Curtain	Distance bastion points	Flank	Face	Gorge	Capital	Line of defense
Stevin		1594	A	BC	HK	YZ	HM	MZ	BH	BZ	TY
Errard		1600	P	-	FI	BC	FG	BG	FH	BH	BI
Marolois PR	S	1614	-	AE	BD	KL	BF	FK	AB	AK	BL
Marolois MR		1614	-	AI	BH	DP	BC	CD	AB	AD	BP
Henrion		1621	M	AB	CD	HL	CE	EH	AC	AH	DH
Henrion2		1621	-	NO	GI	AB	DG	AD	GN	AN	AI
Schooten Sr	S	1622	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Metius		1626	K	MN	AB	GH	BD	DH	BO	HO	AH
De Ville		1628	K	HR	KQ	-	MQ	AM	HQ	AH	AK
Freitag		1635	L	KO	AB	HP	BD	CH	AK	HK	BH
Kinckhuysen	S	1640	L	AB	CH	-	CD	DE	AC	AE	EH
Cellarius		1645	A	BH	CG	MS	CI	IM	BC	BM	CS
Goldmann		1645	Z	ab	ST	AX	RS	AR	aS	Aa	At
Melder		1651	A	BE	GH	CD	HI	CI	BH	BC	CG
Ruse		1654	M	CD	GH	AB	HI	AI	CH	AC	BH
Kechelius		1655	A	BC	DE	FG	DK	FK	BD	BF	EF
Pieter v Sch. BPL 1993	S	?	M	AB	DO	CI	EO	CE	AO	AC	CD
Pieter v Sch. HS441	S	1656	O	CD	EF	AB	EG	AG	CE	AC	AF
Tresoar	S	?	O	CD	EF	AB	EG	AG	CE	AC	AF
KW1900A242	S	?	O	CD	EF	AB	EG	AG	CE	AC	AF
Huygens	S	?	O	CD	GH	AB	GK	AK	CG	AC	AH
Lombaerde 14	S	?	O	AB	DG	CM	DE	CE	AD	AC	CG
Lombaerde 15	S	?	O	AB	DG	CM	DE	CE	AD	AC	CG

Bron: <https://fransvanschooten.nl/TechNet.htm>

Achtergrond auteurs



Wie waren de auteurs?

- Schilder
- Adviseur
- Vestingbouwer
- Landmeter
- Wiskundige / Docent

Redenen om te schrijven:

- Zelfpromotie
- Docent

Goniometrie

- Basaal:
rechthoekige Δ
- Sinusregel
- Tangensregel

Berekeningen

- Meetkunde
- Tabellen
- Berekeningen

Verschillen in ontwerp



Bastionhoek

- Stompe hoek
- Scherpe hoek
- Rechte hoek
- Helft omtrekshoek + 15°
- Helft omtrekshoek + 20°
- Derde omtrekshoek + 30°
- Twee derde omtrekshoek, maar maximaal 90°

Strijklijn

- Strijklijn gelijk aan defensielijn
- Zesde deel van wal
- Kwart deel wal
- Derde deel wal
- Helft wal
- Anders ...
-

Opdrachten Handout

1. Nikolaus Goldmann

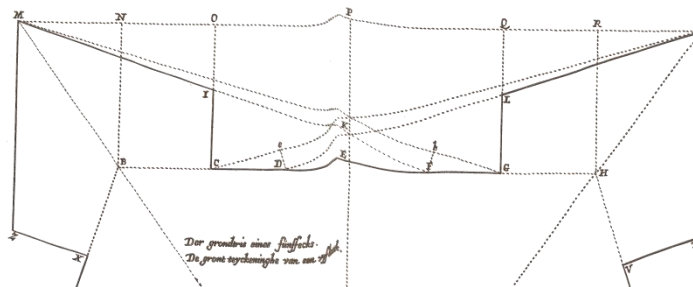
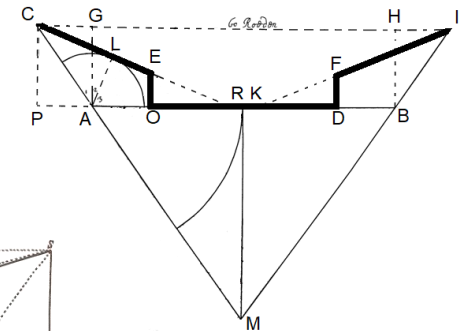
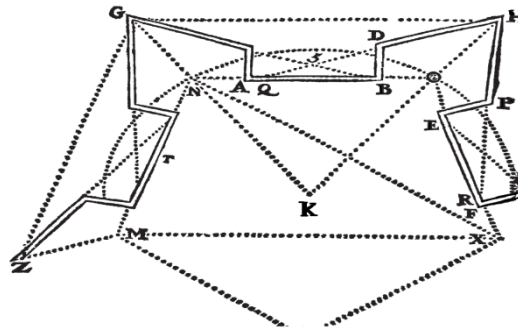
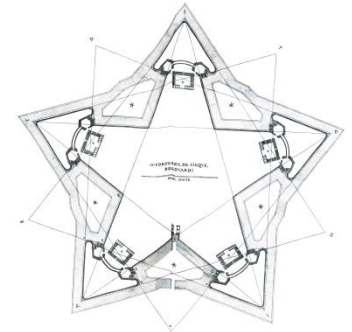
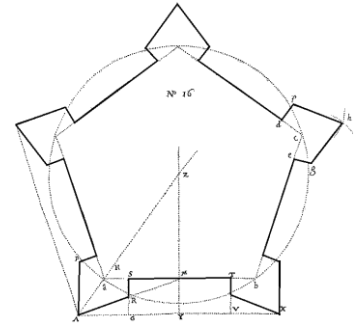
2. Simon Stevin

3. Alghisi

4. Adriaan Metius

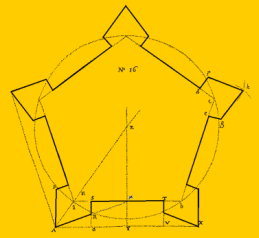
5. Pieter van Schooten

6. Cellarius



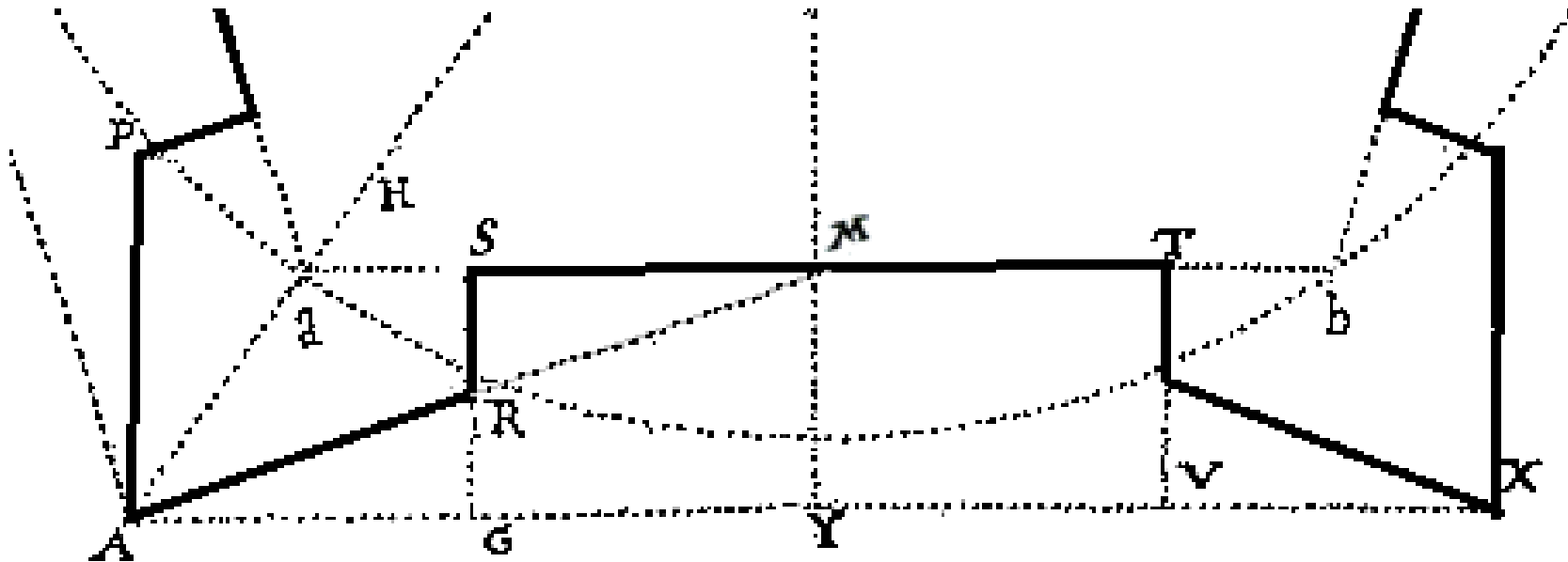
Opdracht Goldman

Voorbeeld van een tekenopdracht



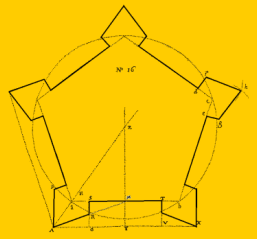
Teken een symmetrische vijfhoekige vesting:

- courtine ST is 40 roede
- flank SR is 6,7 roede
- keel aS en TB zijn 9,2 roede
- strijklijn AM en XM snijden de courtine halverwege



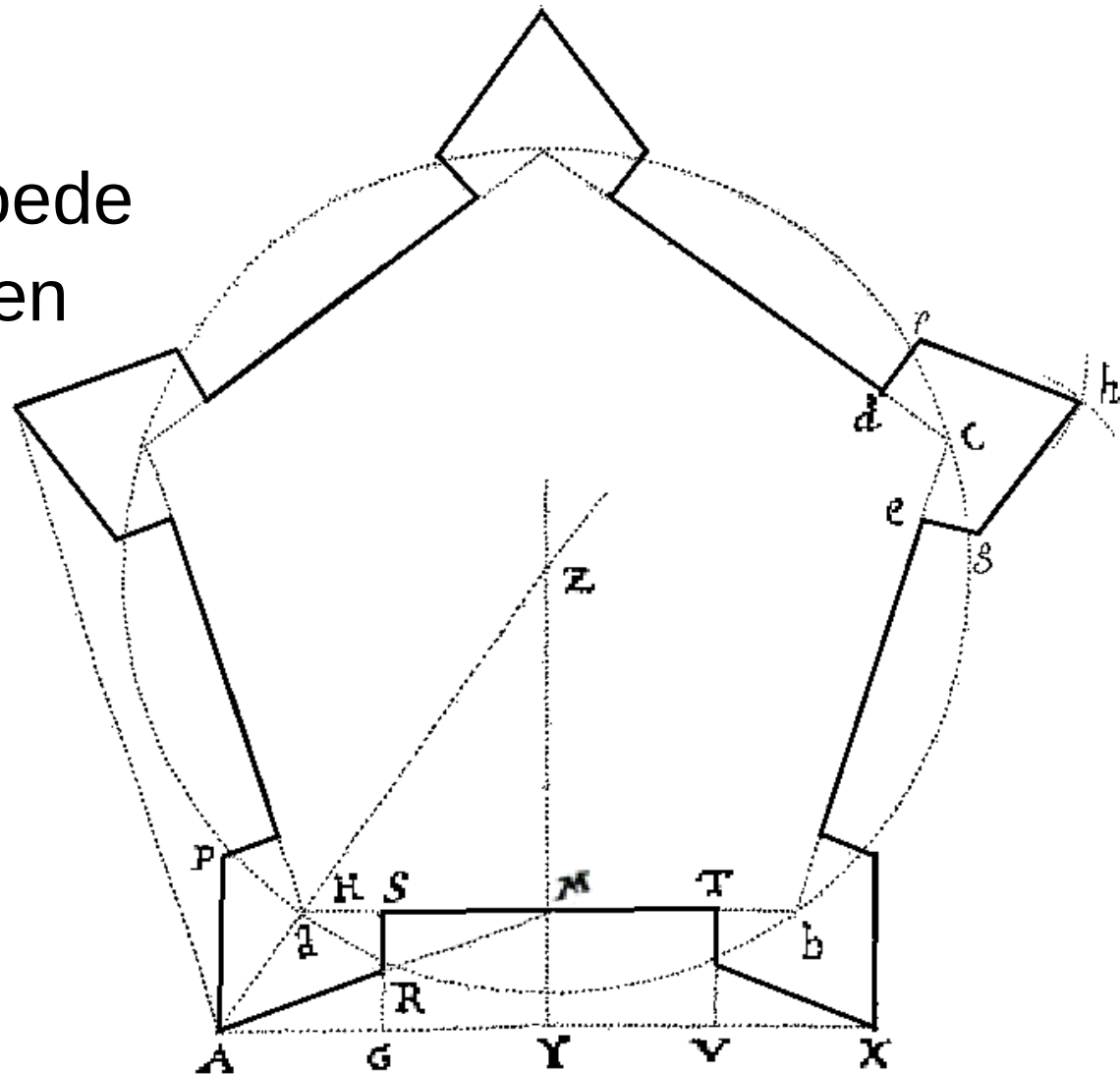
Opdracht Goldman

Uitwerking van een tekenopdracht



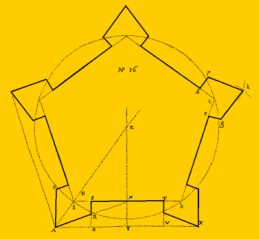
Teken een symmetrische vijfhoekige vesting:

- courtine ST is 40 roede
- flank RS is 6,7 roede
- keel aS en TB zijn 9,2 roede
- strijklijn AM en XM snijden de courtine halverwege



Opdracht Goldmann

Gonio opdracht 1

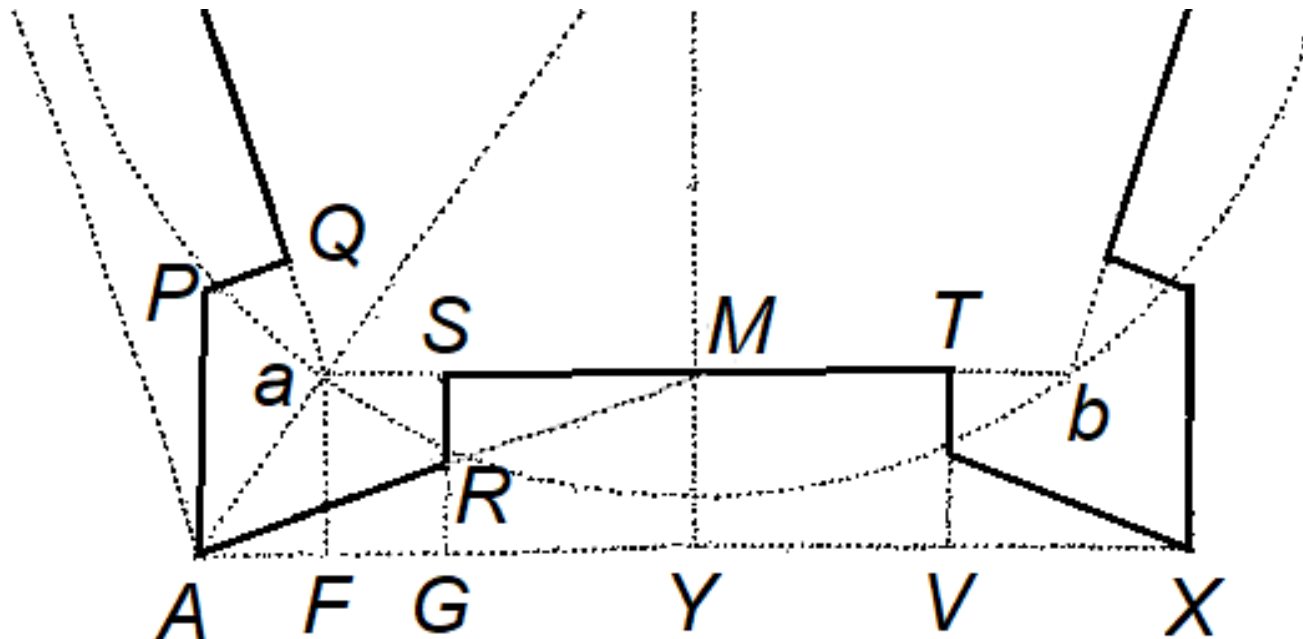


Teken op schaal een symmetrische vijfhoekige vesting:

- courtine $ST = 40$, flank $RS = 6,7$, keel $aS = 9,2$
- strijklijn snijdt courtine halverwege

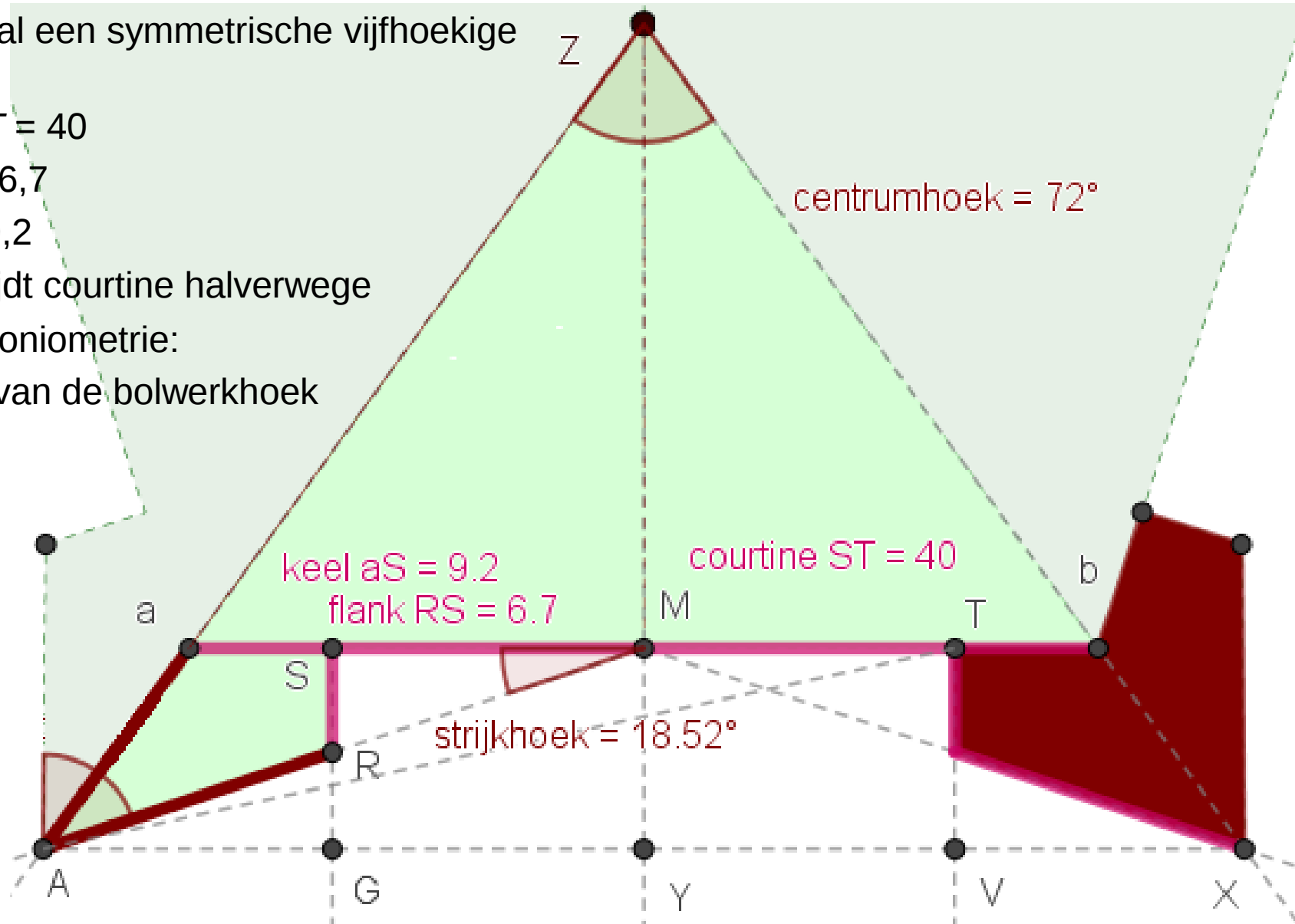
Bereken met goniometrie:

- de grootte van de bolwerkhoek



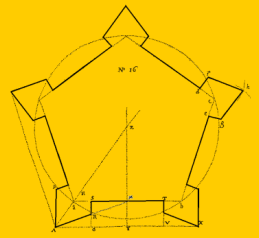
- courtine $ST = 40$
- flank $RS = 6,7$
- keel $aS = 9,2$
- strijklijn snijdt courtine halverwege

- de grootte van de bolwerkhoeck

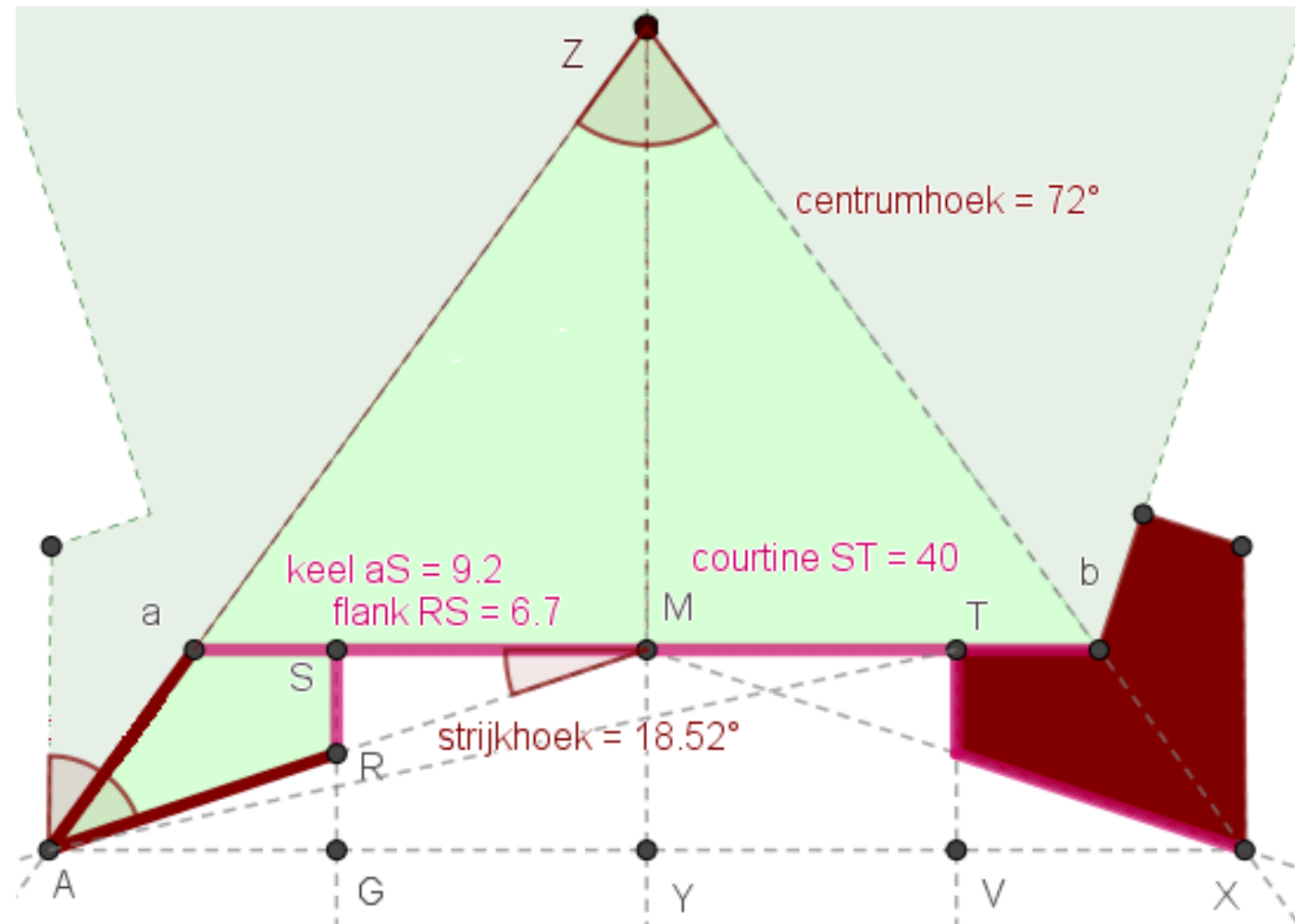


Opdracht Goldmann

Gonio opdracht 2

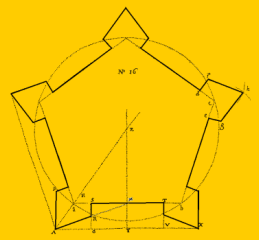


Bereken met goniometrie:
de afstand tussen de punten
van twee naastgelegen bolwerken

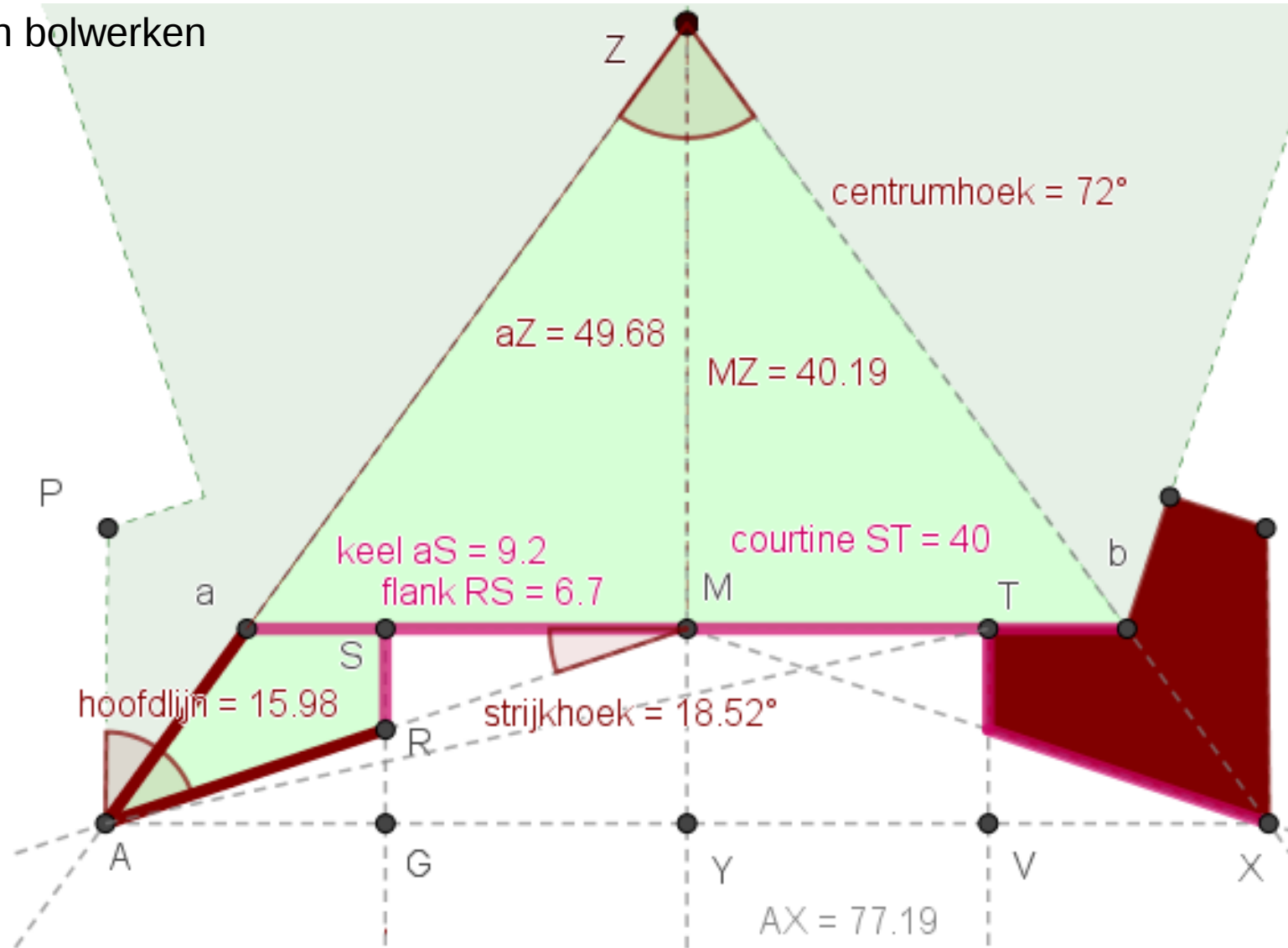


Opdracht Goldman

Uitwerking gonio opdracht 2

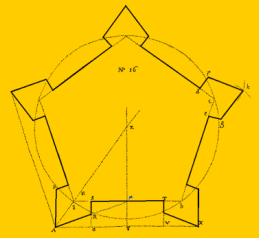


Bereken met goniometrie:
de afstand tussen de punten
van twee naastgelegen bolwerken



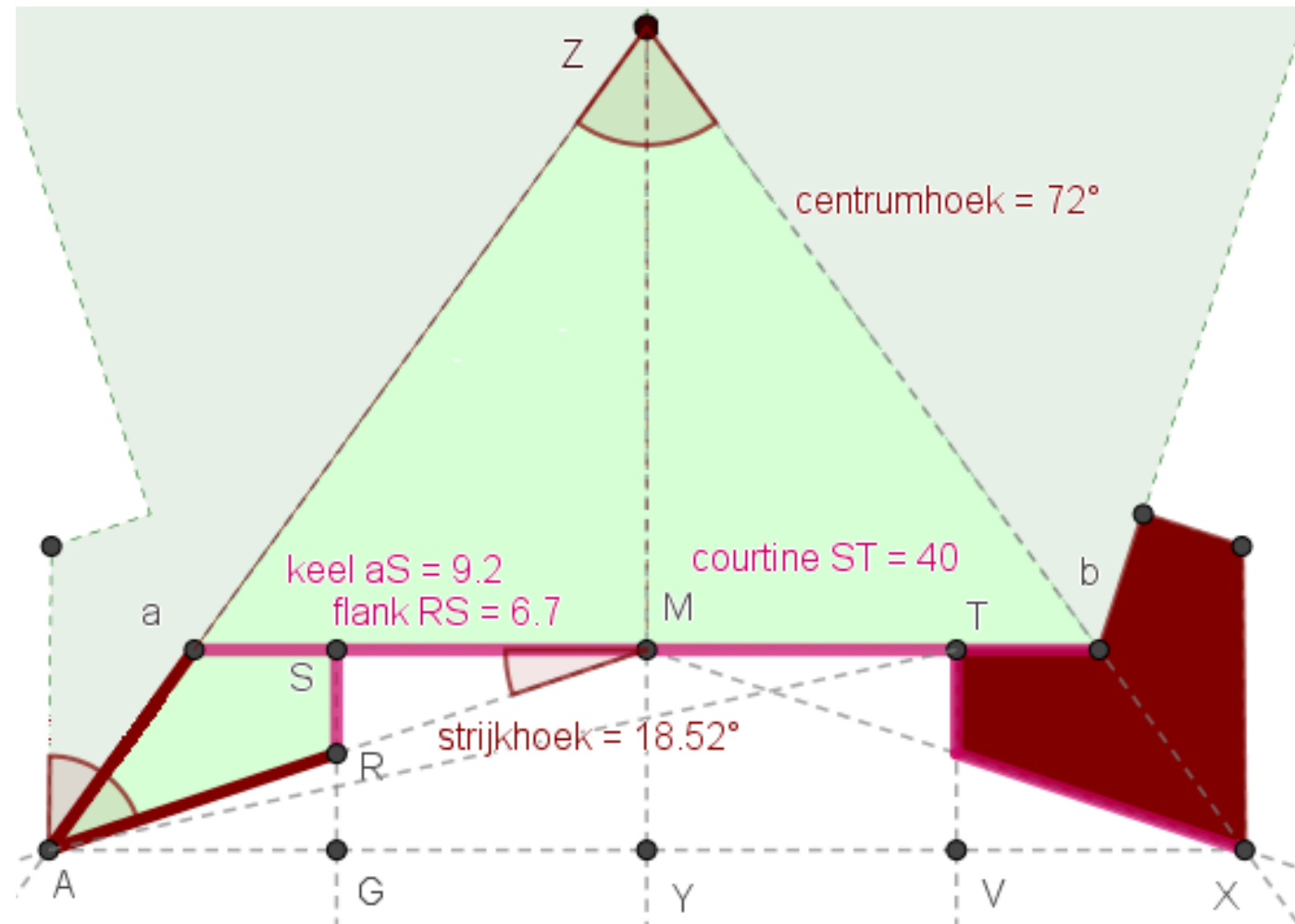
Opdracht Goldmann

Gonio opdracht 3



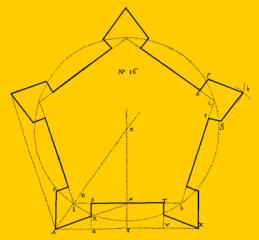
Bereken met goniometrie:

- de oppervlakte van een bolwerk



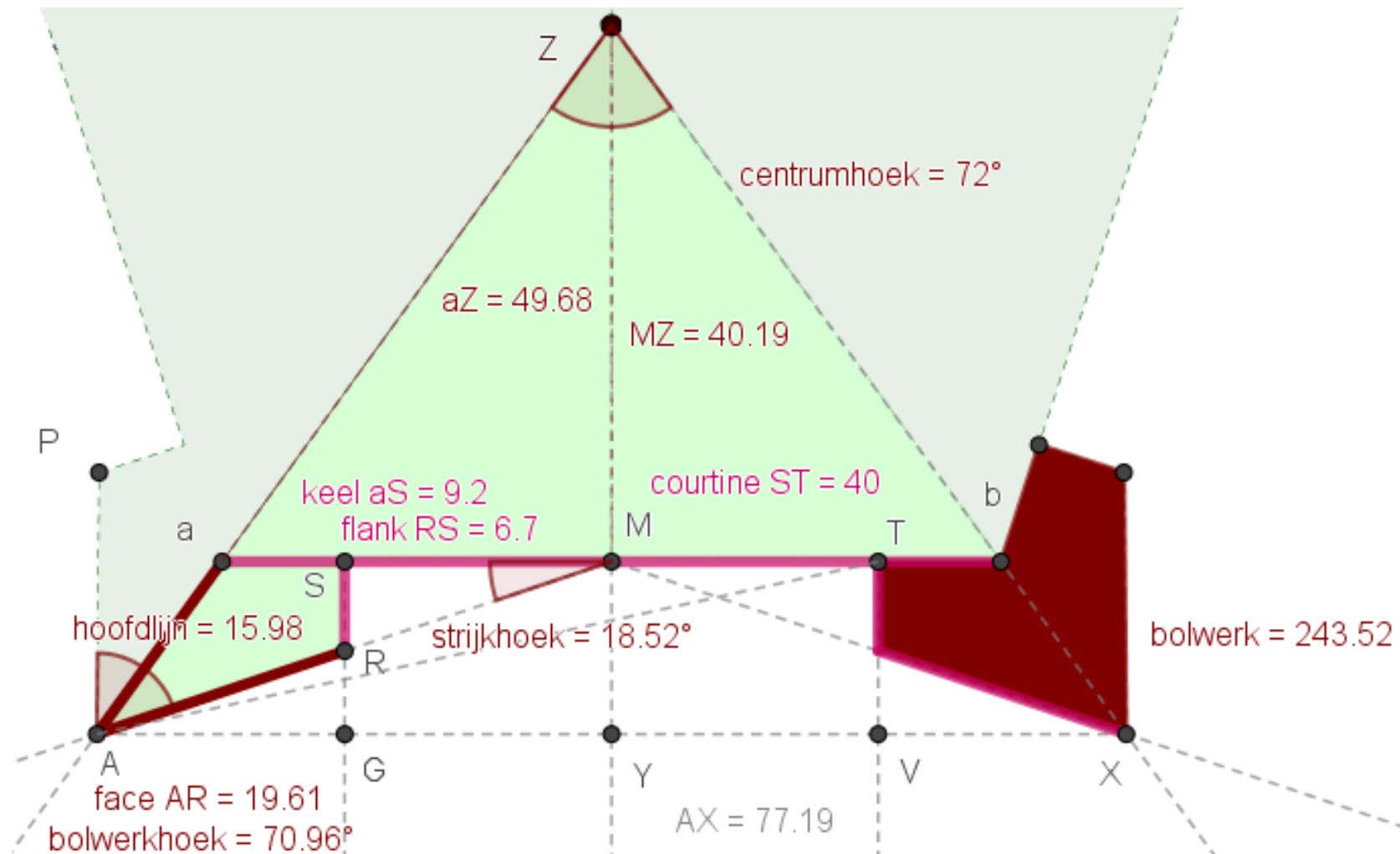
Opdracht Goldman

Uitwerking gonio opdracht 3



Bereken met goniometrie:

- de oppervlakte van een bolwerk



Opdracht Metius

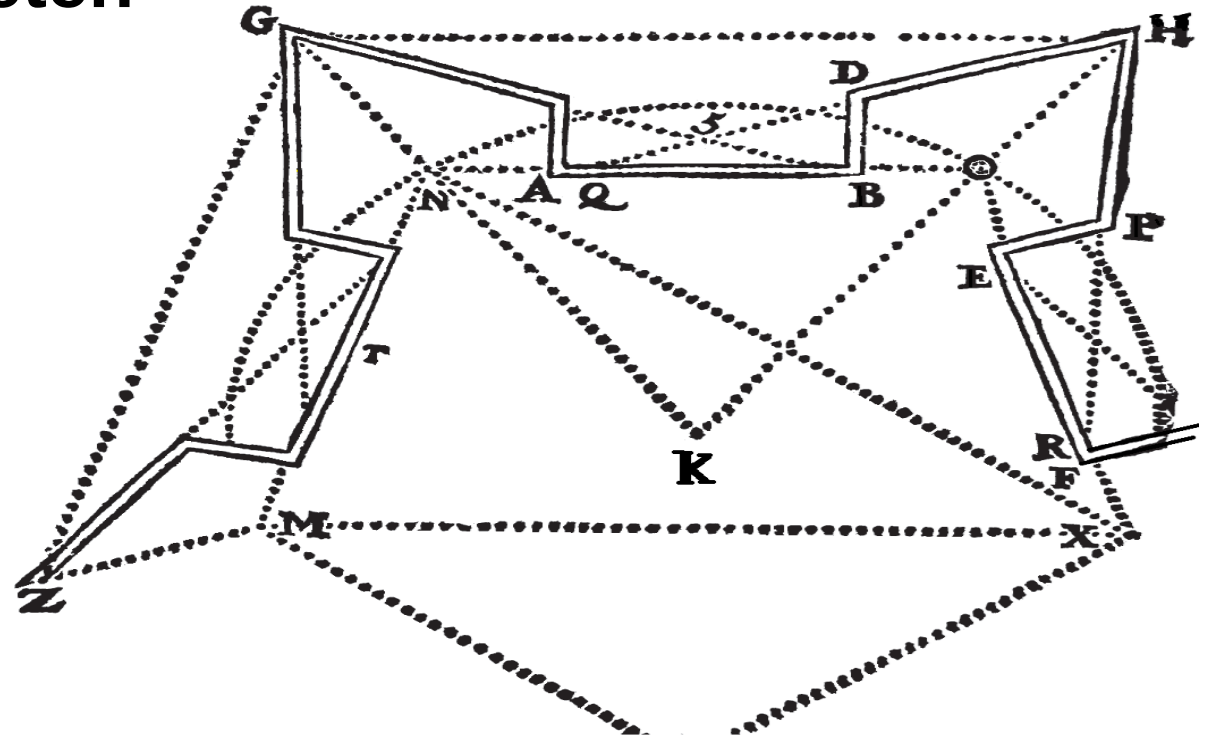
Gegeven een regelmatige vijfhoek met zijde $ON = 540$ voeten

Verhoudingen zijn

- Keel : Zijde = 2 : 9
- Flank : Zijde = 1 : 6

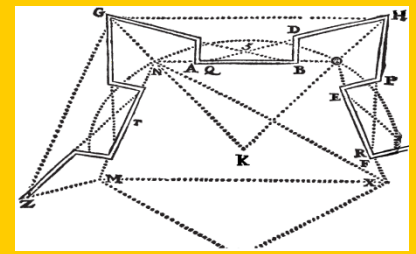
Bereken

- Bolwerkshoek H
- Lengte face DH
- Lengte defensielijn AH



Opdracht Metius

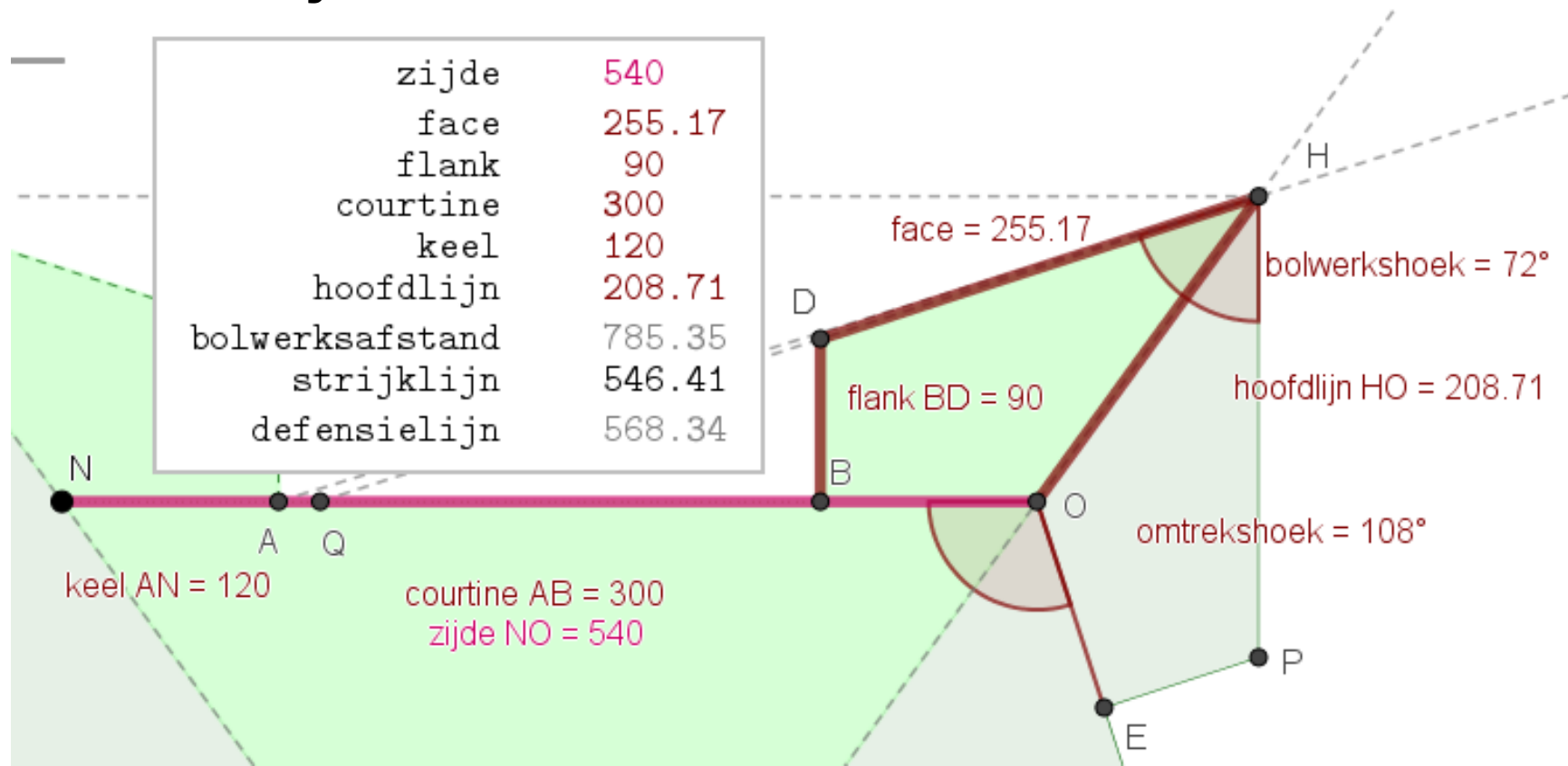
Uitwerking



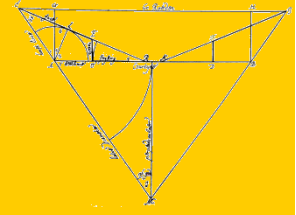
Gegeven regelmatige vijfhoek met $ON = 540$ voeten

Verhoudingen

- Keel : Zijde = $2 : 9 = 120 : 540$
- Flank : Zijde = $1 : 6 = 90 : 540$



Opdracht Pieter van Schooten



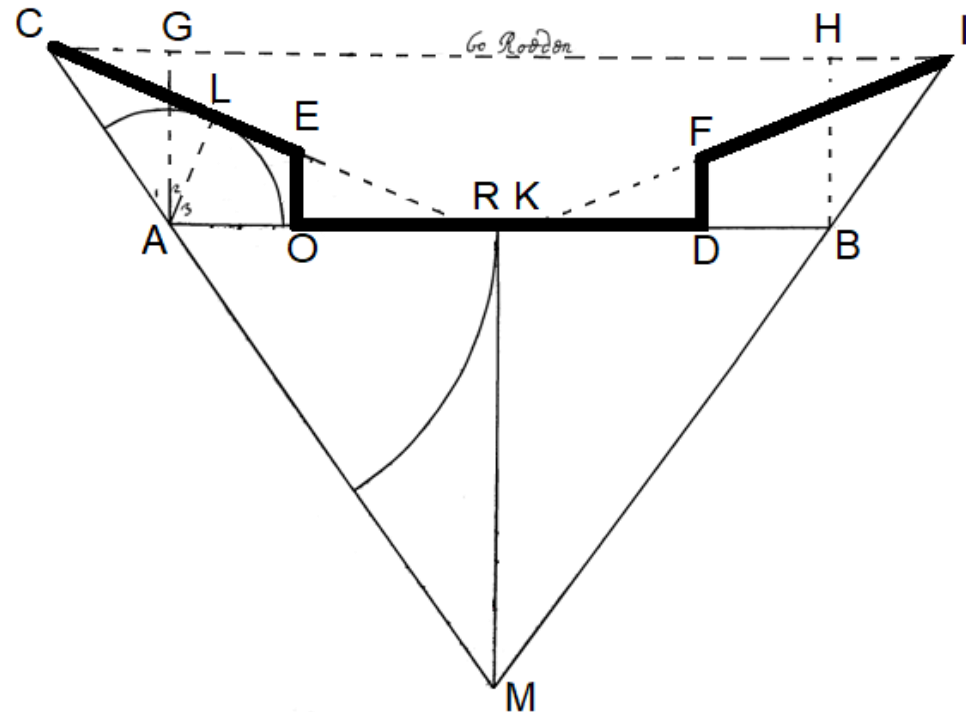
Gegeven een regelmatige vijfhoek
met bolwerkafstand $CI = 60$ roeden

Bolwerkhoek is $\frac{1}{3}$ omtrekshoek + 30°

- Hoofdlijn : Zijde = $1 : 3$
- Keel : Zijde = $1 : 5$

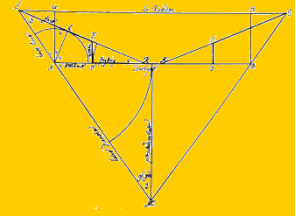
Bereken lengte

- Face CE
- Keel AO
- Courtine DO
- Strijklijn CR
- Defensielijn DC



Opdracht Pieter van Schooten

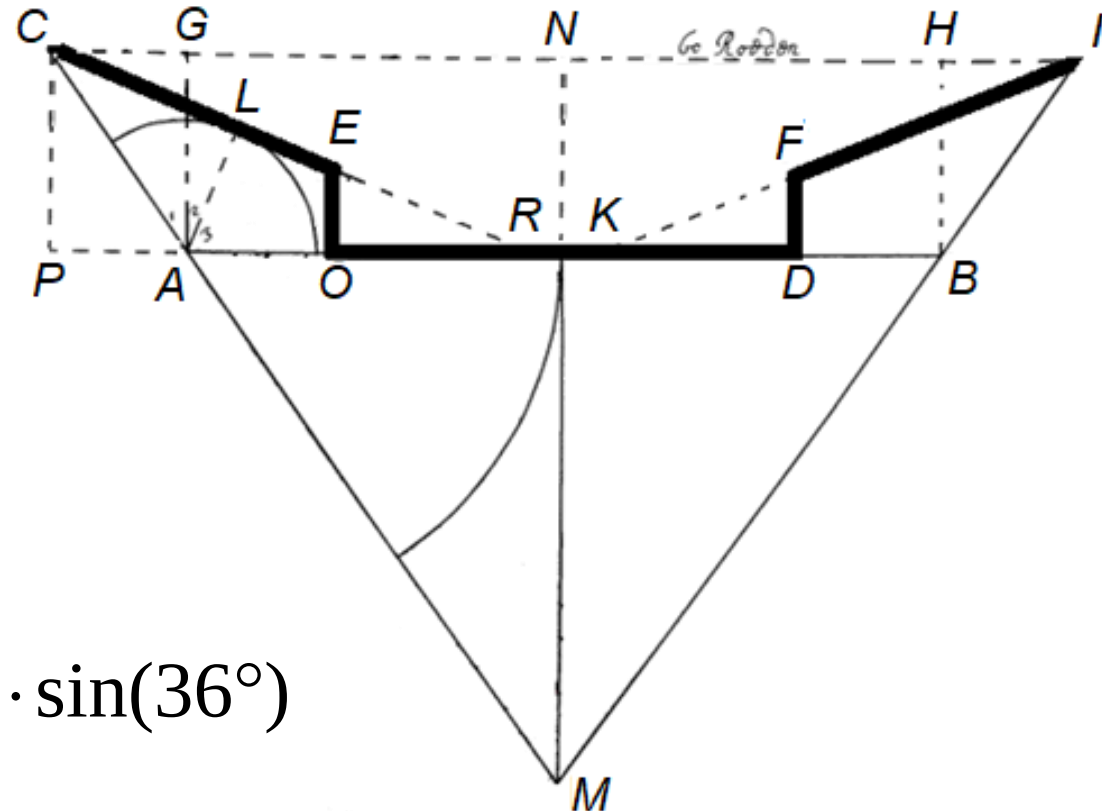
Uitwerking (stap 1)



Gegeven een regelmatige vijfhoek
met bolwerkafstand $CI = 60$ roeden

Bolwerkhoek is $\frac{1}{3}$ omtrekshoek + 30°

- Hoofdlijn : Zijde = $1 : 3$
- Keel : Zijde = $1 : 5$



$$AC = x$$

$$AB = 3x$$

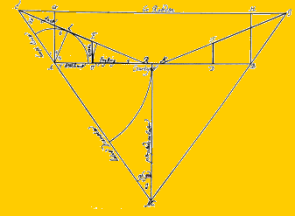
$$CG = x \cdot \sin(36^\circ)$$

$$CI = 60 = x \cdot \sin(36^\circ) + x + x \cdot \sin(36^\circ)$$

$$x \approx$$

Opdracht Pieter van Schooten

Uitwerking (stap 2)

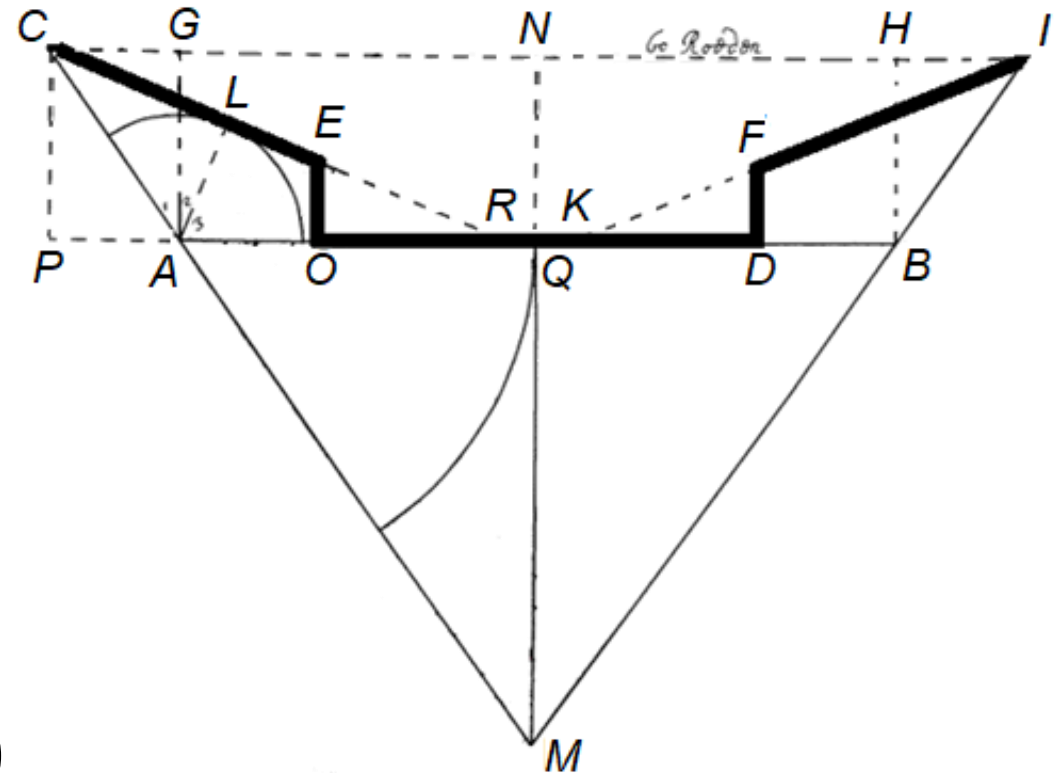


Gegeven een regelmatige vijfhoek
met bolwerkafstand $CI = 60$ roeden

Bolwerkhoek is $\frac{1}{3}$ omtrekshoek + 30°

- Hoofdlijn : Zijde = 1 : 3
- Keel : Zijde = 1 : 5

$$\begin{aligned}
 AC &= x \\
 AB &= 3x \\
 AQ &= \frac{3}{2}x \\
 CM &= AC + AM \\
 AM &= \frac{3}{2}x / \sin(36^\circ) \\
 CN &= CM \cdot \sin(36^\circ) \\
 CN &= 30 = \frac{3}{2}x + x \cdot \sin(36^\circ) \\
 x &\approx
 \end{aligned}$$



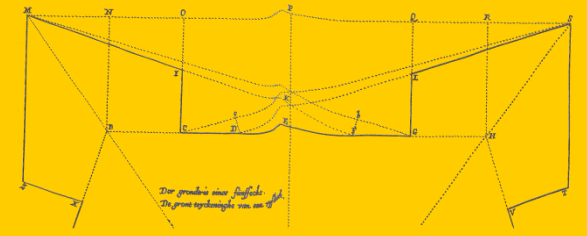
bolwerkshoek = 66°

strijkhoeek = 21°

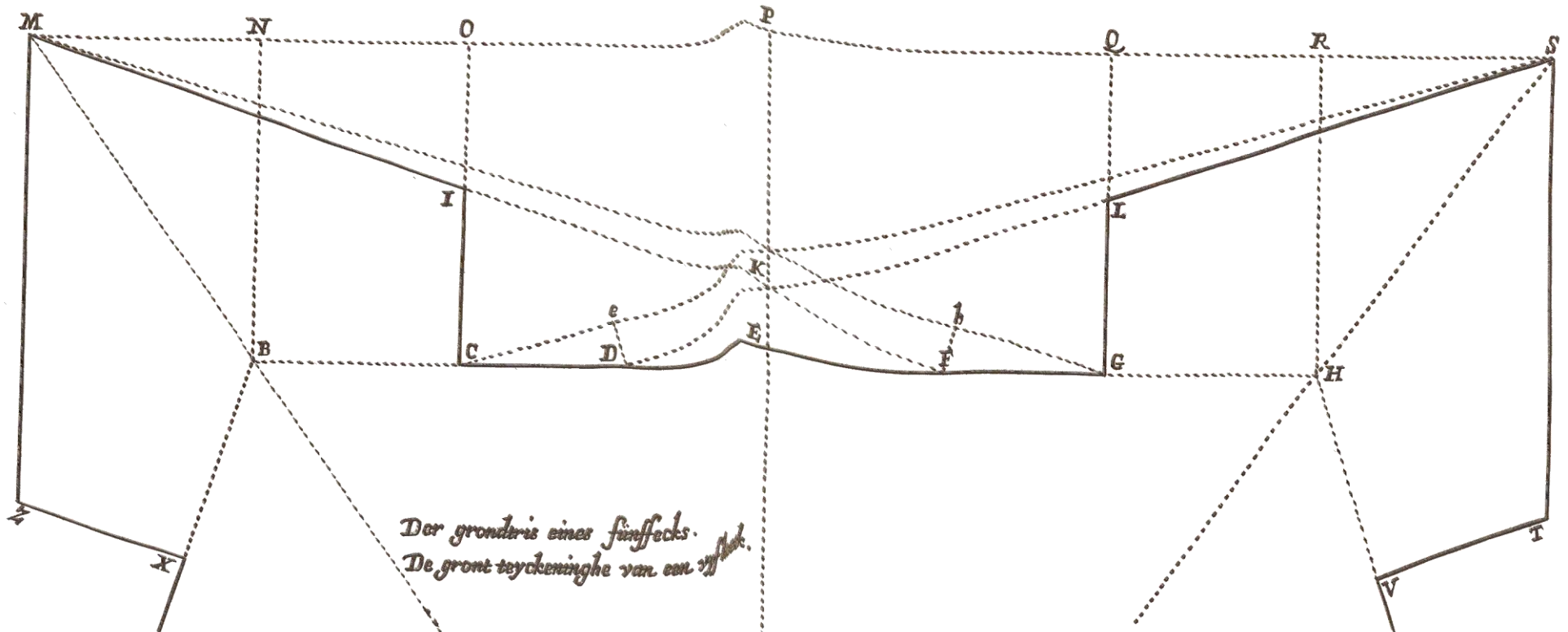
defensiehoek = 15.15°

bolwerksafstand	60
strijklijn	32.44
defensielijn	44.48

Opdracht Cellarius

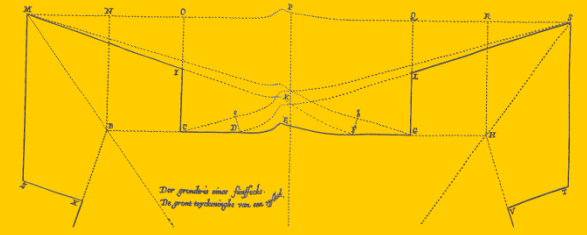


Gegeven een regelmatige vijfhoek met
courtine $CG = 36$, flank $CI = 9$, face $IM = 24$ roeden
Bolwerkhoek is $\frac{2}{3}$ omtrekshoek, maar maximaal 90°
Bereken met de tangensregel de defensiehoek G .



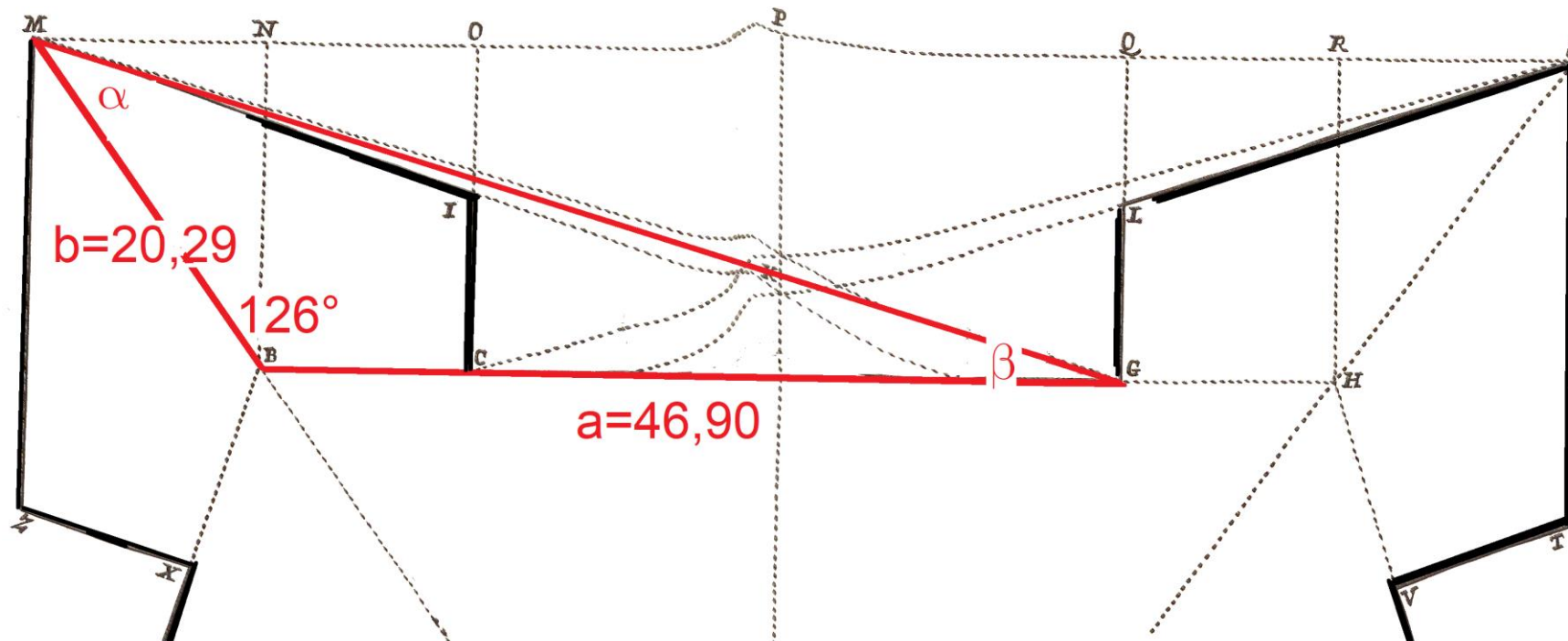
Opdracht Cellarius

Uitwerking Tangensregel



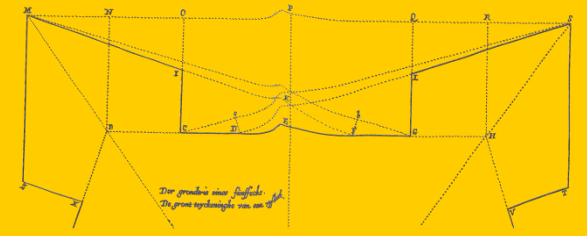
Bereken met de tangensregel de defensiehoek β

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right)}{\tan\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right)}$$



Opdracht Cellarius

Uitwerking



$$\alpha + \beta = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

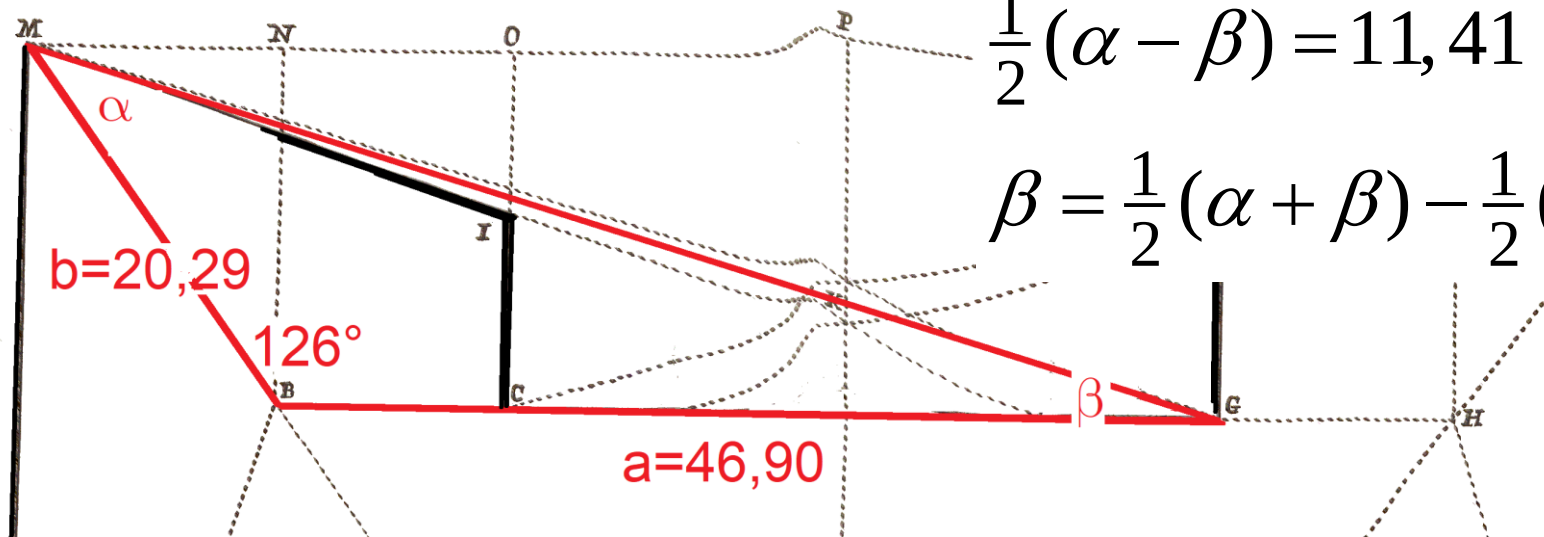
$$a - b = 46,90 - 20,29 = 26,61$$

$$a + b = 46,90 + 20,29 = 67,19$$

$$\frac{a - b}{a + b} = \frac{\tan\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right)}{\tan\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right)}$$

$$\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 11,41$$

$$\beta = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) - \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 15,6^\circ$$



Succes met de opdrachten

1. Nikolaus Goldmann

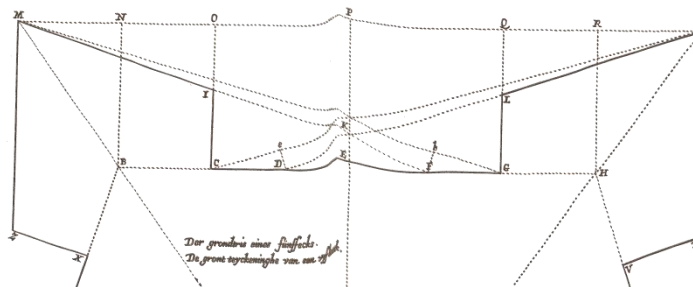
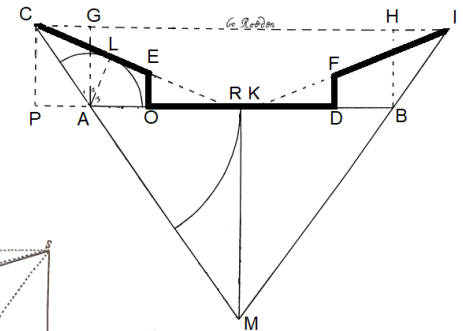
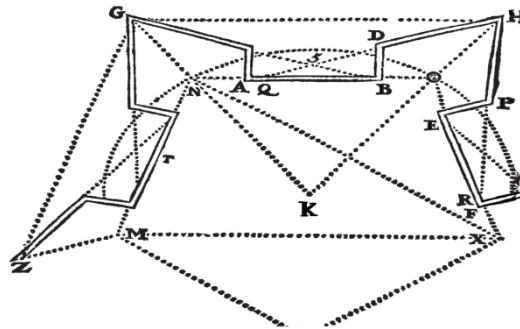
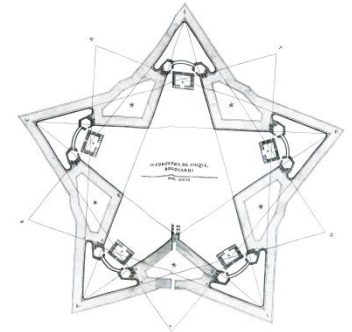
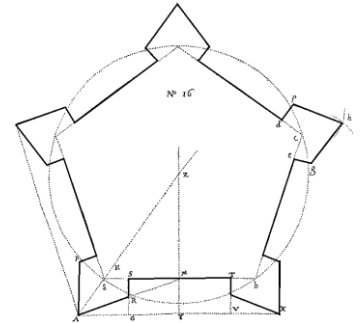
2. Simon Stevin

3. Alghisi

4. Adriaan Metius

5. Pieter van Schooten

6. Cellarius



Bedankt

Bedankt voor de aandacht

Succes met de opdrachten

Meer informatie staat op mijn websites

<http://www.fransvanschooten.nl/StevinWorkshop.htm>

<https://www.geogebra.org/m/xeqjdkpj#chapter/559409>